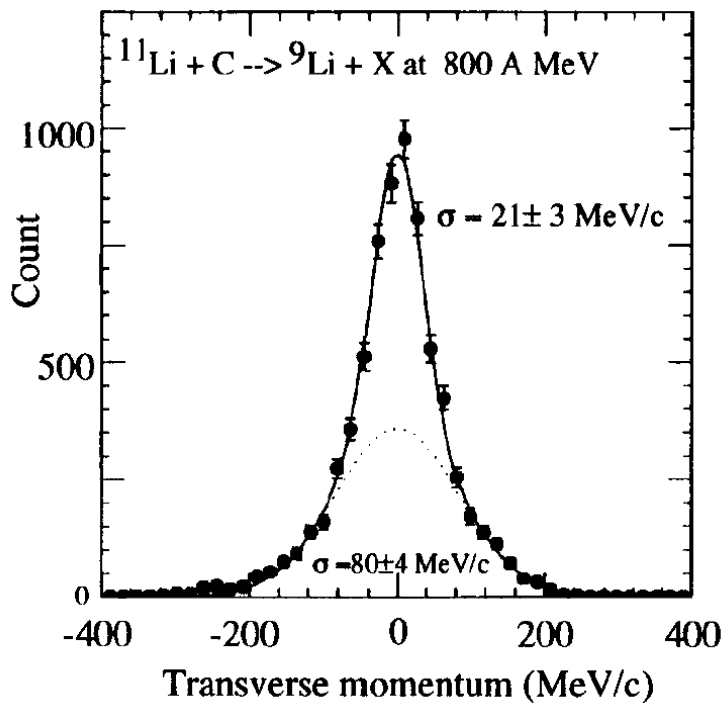


# Cluster-Struktur in Kernen

Cluster:

Aus mehr als einem Nukleon zusammengesetzten und identifizierbarem Subsystem

# Die Struktur von $^{11}\text{Li}$



Beim Aufbruch von  $^{11}\text{Li}$  wird nicht nur ein Neutron herausgeschlagen sondern zwei Neutronen.

Die Gründe:

- $^{10}\text{Li}$  ist nicht gebunden
- Paarungskraft führt zu Korrelationen der beiden Neutronen

**Interpretation:**

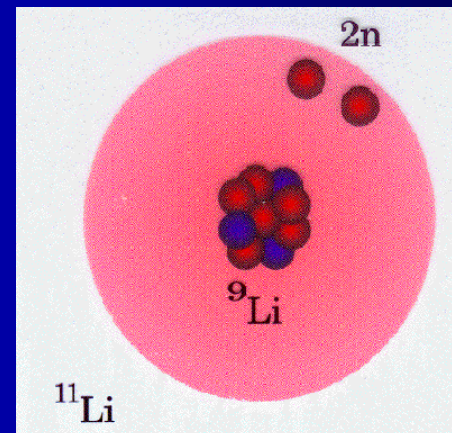
Man kann  $^{11}\text{Li}$  sehr vereinfacht beschreiben als einen  $^9\text{Li}$  Core plus einem Di-Neutron

Man kann wieder die Argumente der ausgedehnten Wellenfunktion mit exponentiellem Abfall verwenden:

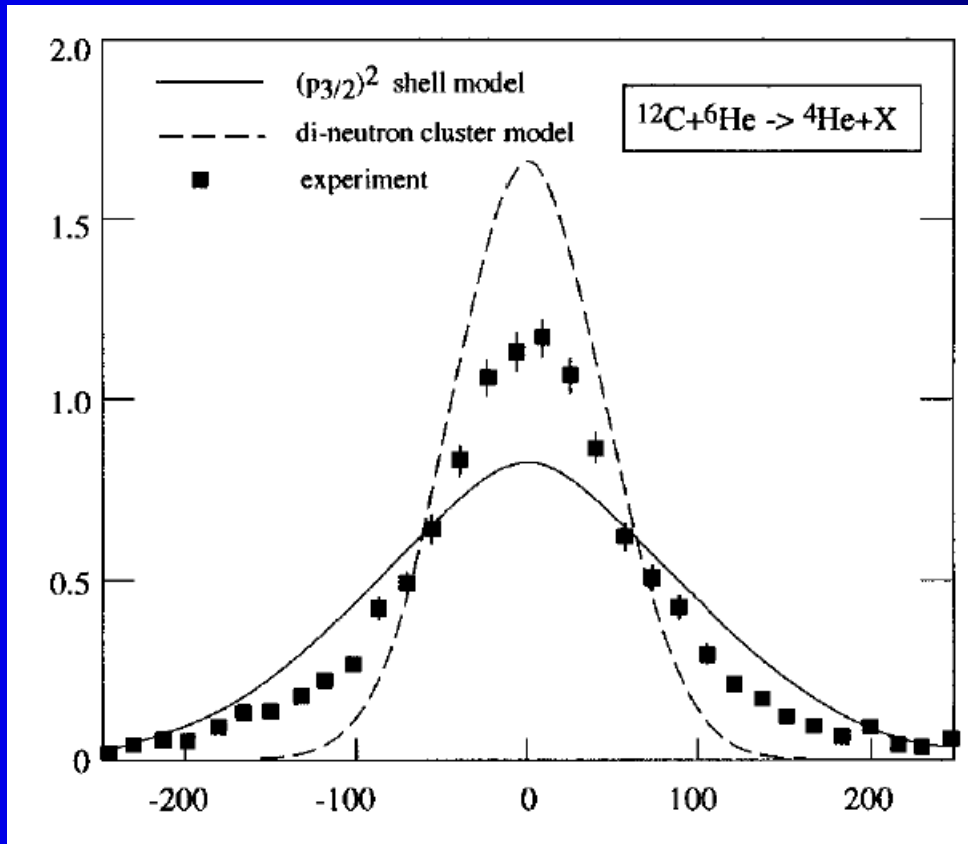
$$S_{2n} = 250 \text{ (80) keV}$$

$$\Psi(r) \propto \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\kappa^2 = \frac{2\mu_{2n}S_{2n}}{\hbar^2}$$



# Anderer Zwei-Neutronen Halo Kern: ${}^6\text{He}$



Experimentelle Impulsverteilung lässt sich nur durch ein Hybrid-Modell aus Schalenmodell und Di-Neutron Cluster beschreiben.

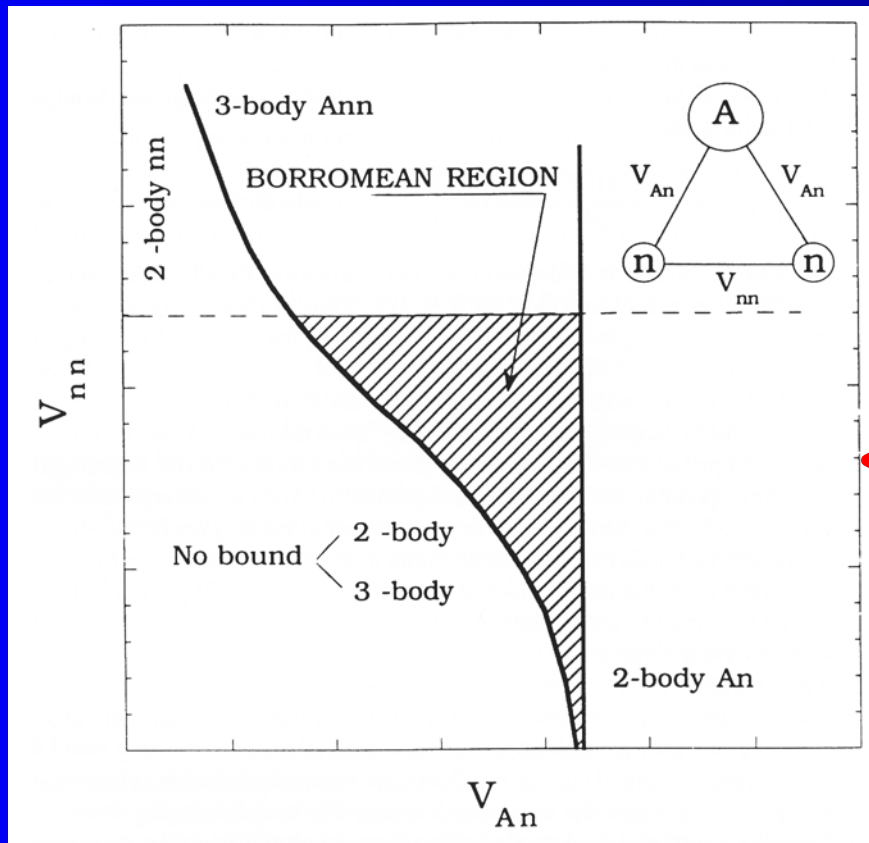
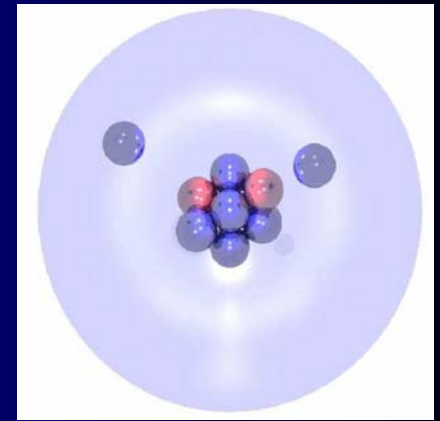
Exakte Rechnungen müssen dem Rechnung tragen.

# Drei-Teilchen Korrelationen

Das Bild  $^{11}\text{Li} = ^9\text{Li} + \text{Di-Neutron}$  ist zu einfach.

Benötige vollständige quantenmechanische Beschreibung unter Berücksichtigung von Drei-Teilchen Korrelationen.

(Geht über Standardbeschreibung weit hinaus!!)



Existenz von 2- und 3-Teilchen Systemen als Funktion der zwei Wechselwirkungsstärken  $V_{nn}$  und  $V_{An}$ .



# Der bekannteste Cluster in Kernen: $\alpha$ -Teilchen

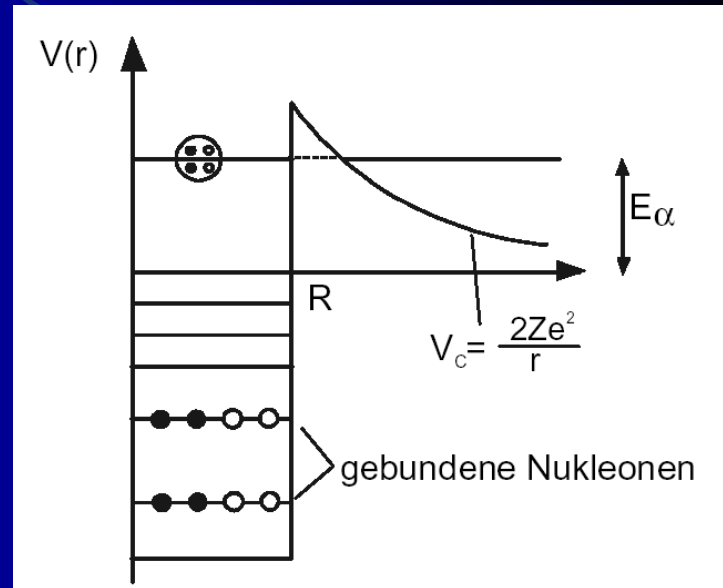
Formation von  $\alpha$ -Teilchen im Kern vor der Emission

Spontaner  $\alpha$ -Zerfall  
→ negative Separationsenergie

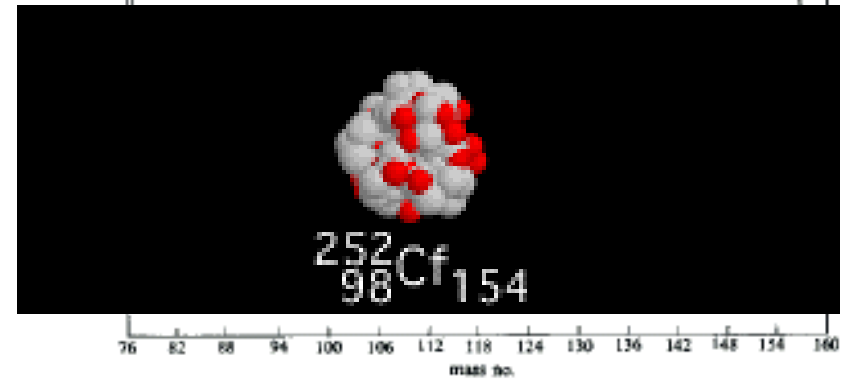
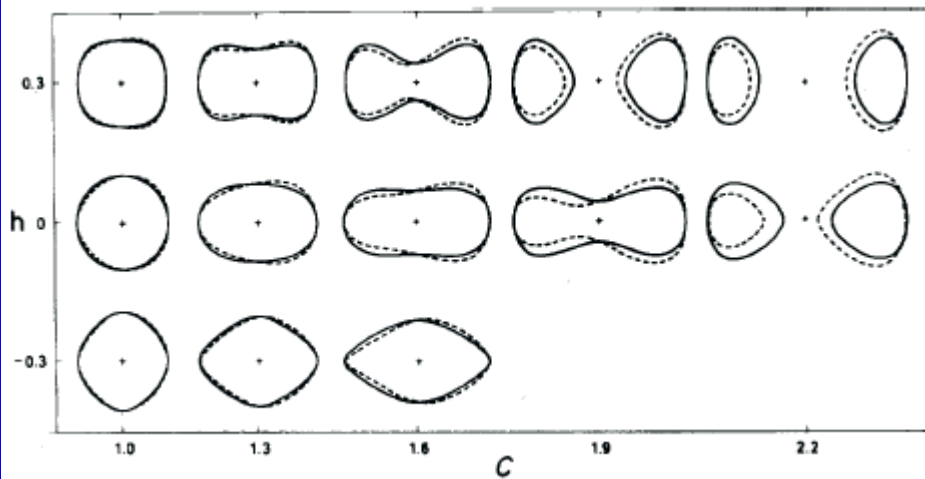
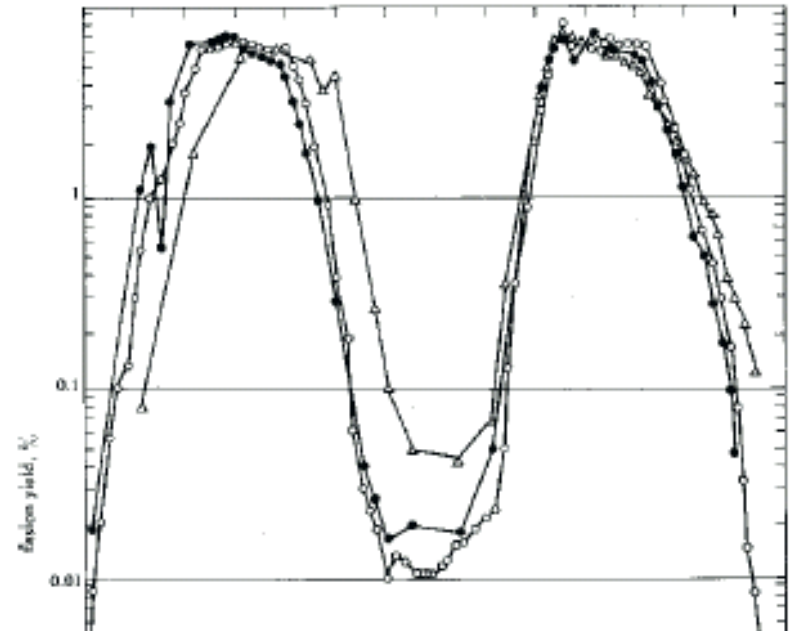
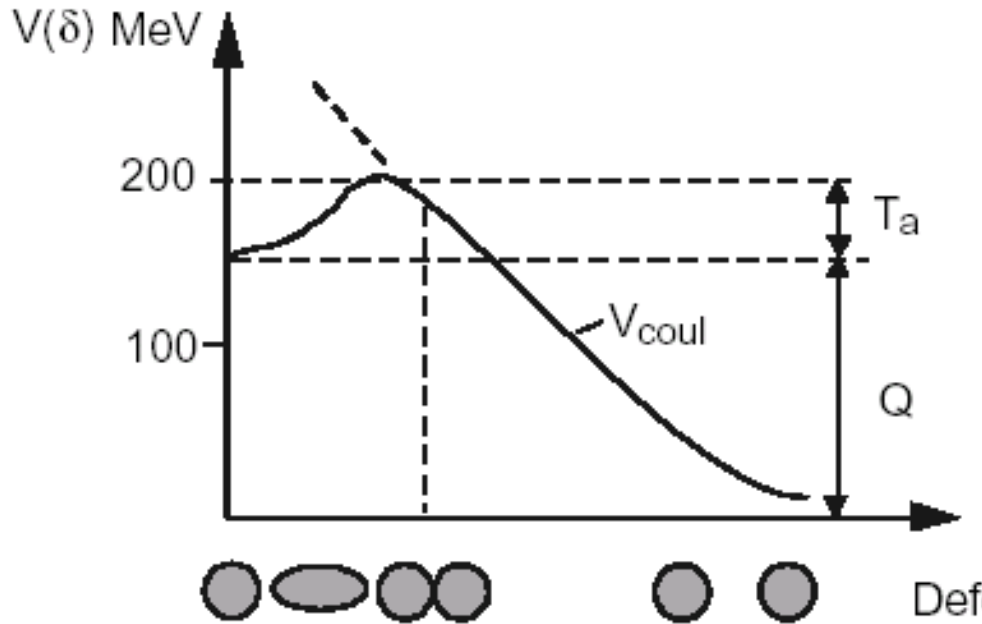
$$S_C = \sum S_p + \sum S_n - B_C$$

$S_C < 0$  wegen hoher Bindungsenergie des  $\alpha$

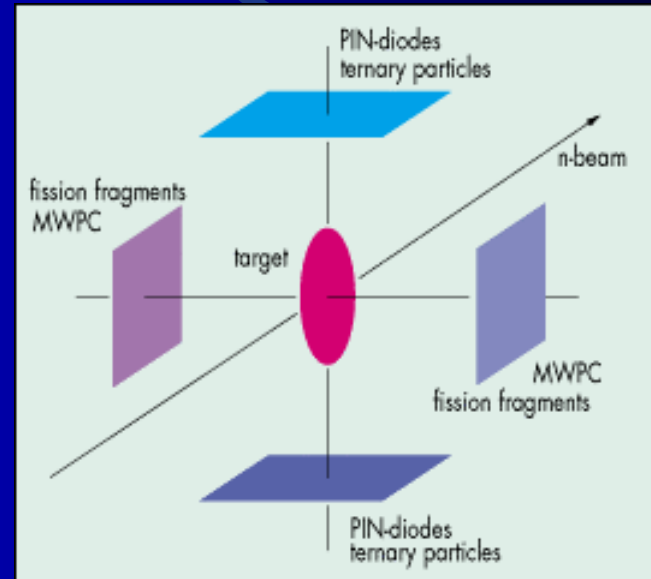
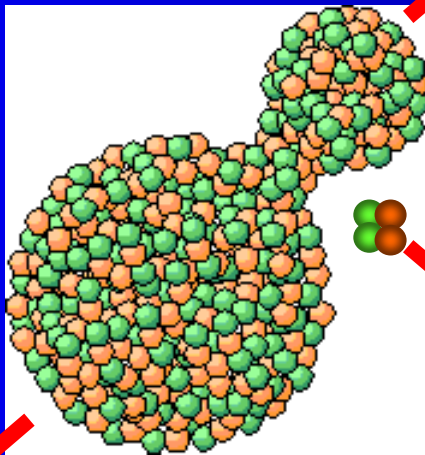
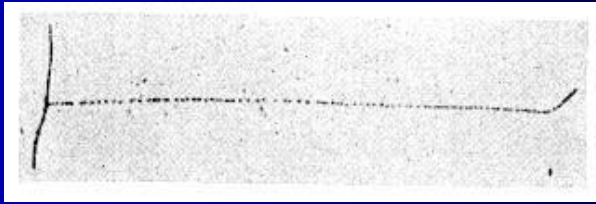
Teilchen	$B_C$ (MeV)	$S$ (MeV)
n		7.15
p		6.05
d	2.2	10.5
t	8.5	10.1
$^3\text{He}$	7.7	9.6
$\alpha$	28.3	-5.4



# Spaltung: Zerfall in zwei große Cluster



# Ternäre Spaltung

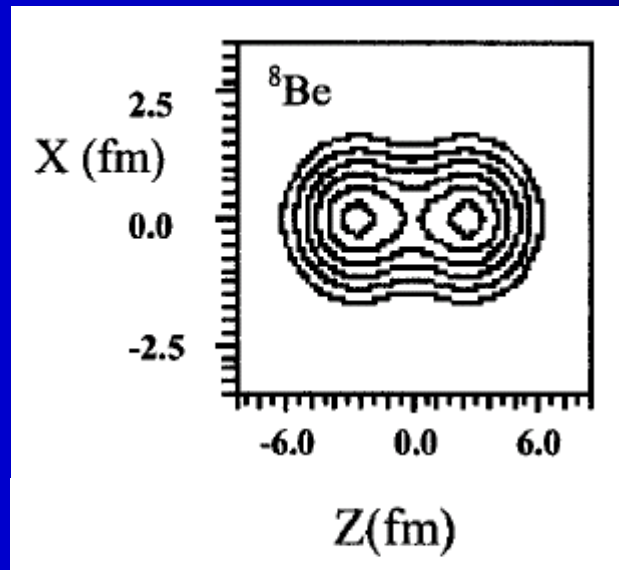


# Der Zerfall von $^8\text{Be}$ , ein Zeichen für Clusterstruktur

$^8\text{Be}$  ist instabil und hat eine große Zerfallsrate für den Zerfall in zwei  $\alpha$ -Teilchen.

Der Grundzustand von  $^8\text{Be}$  ist nur mit 92 keV ungebunden

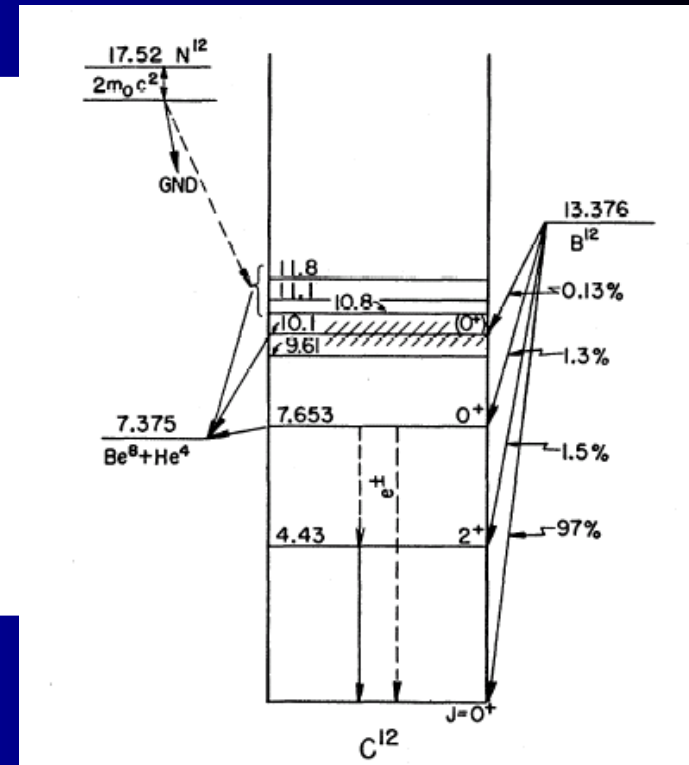
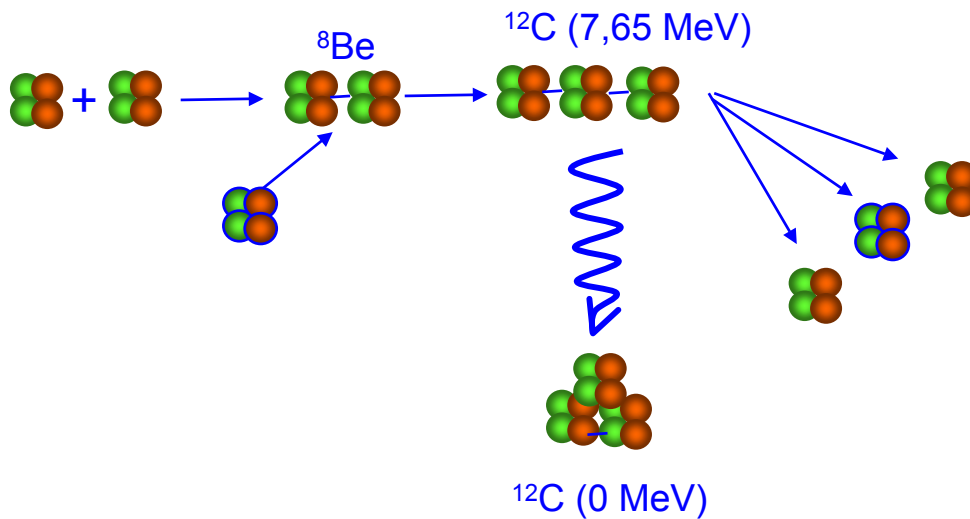
Der Grundzustand kann als Struktur von zwei  $^4\text{He}$  Kernen betrachtet werden.



Relevanz?



# Fusion von He zu $^{12}\text{C}$ in der Sonne



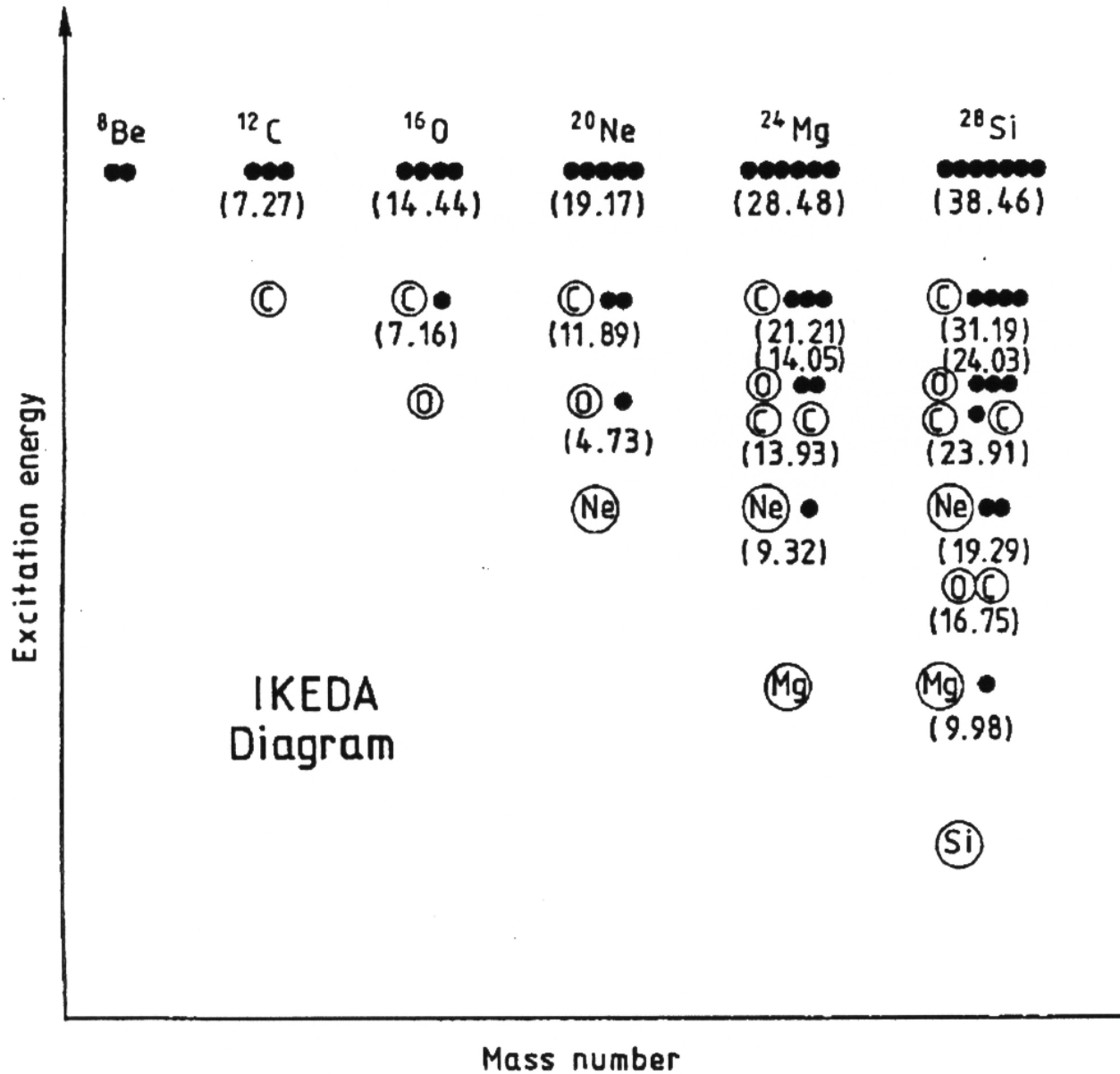
$^8\text{Be}$  ist instabil, lebt aber lange genug, um Fusion mit weiterem  $\alpha$ -Teilchen zu ermöglichen

$7,65\text{ MeV}$  Zustand in  $^{12}\text{C}$  zerfällt mit kleiner Wahrscheinlichkeit zum Grundzustand

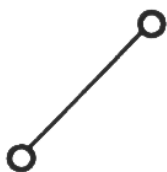
Dieser Prozess produziert stabiles  $^{12}\text{C}$  und ermöglicht Produktion aller schwereren Elemente

Der  $7,65\text{ MeV}$  Cluster-Zustand in  $^{12}\text{C}$  wurde theoretisch vorhergesagt (zur korrekten Beschreibung der  $^{12}\text{C}$  Fusion) bevor er experimentell gefunden wurde.

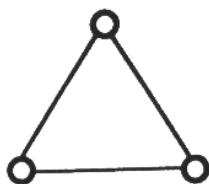
# Ikeda Diagramm



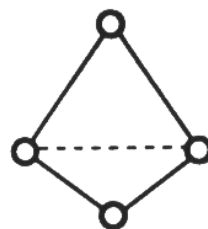
# Kristalline Molekülstrukturen aus $\alpha$ -Clustern



$^8\text{Be}$



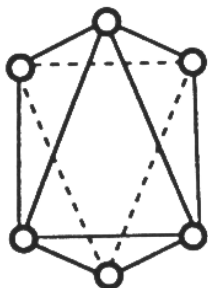
$^{12}\text{C}$



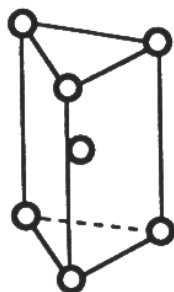
$^{16}\text{O}$



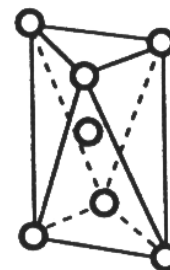
$^{20}\text{Ne}$



$^{24}\text{Mg}$

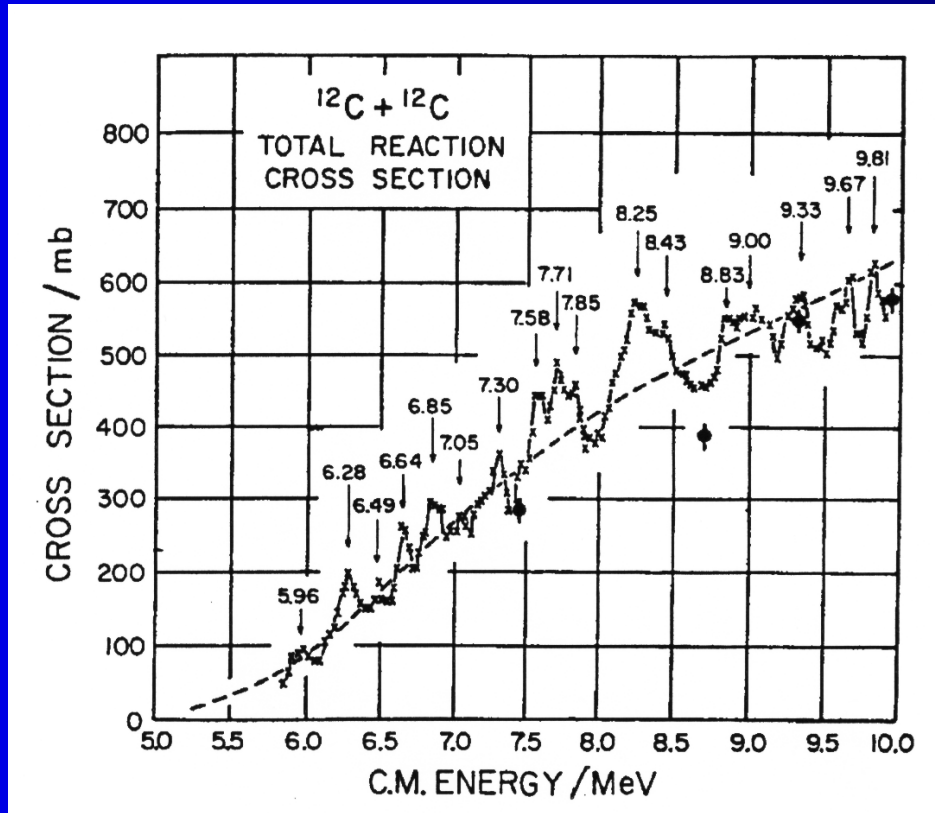


$^{28}\text{Si}$  -  $D_{3h}$  SYMMETRY



$^{28}\text{Si}$  -  $D_{3d}$  SYMMETRY

# Resonanzen in der $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Streuung



Schmale Resonanzen bei sehr hohen Energien, wo man eigentlich ein Kontinuum erwartet.

Zerfallszeit wesentlich länger als die Reaktionszeit

**Zerfallsbreite**

$$\Gamma \sim 100 \text{ keV}$$

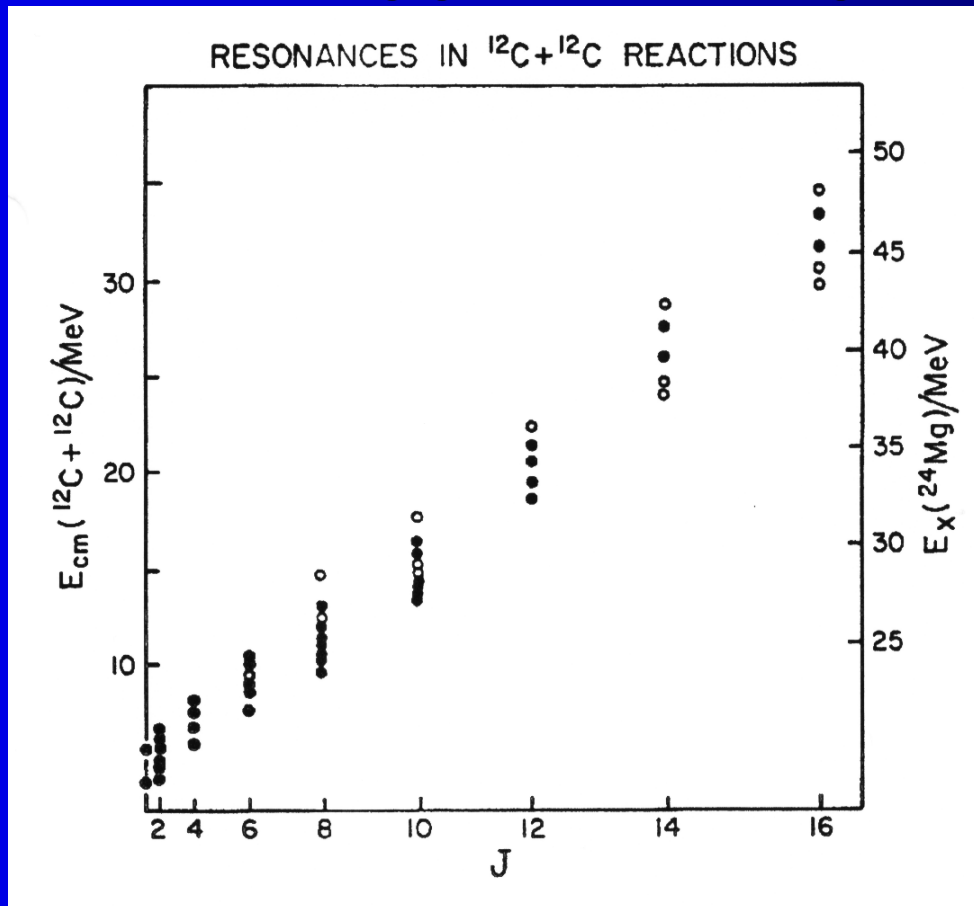
$$\tau = \frac{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{c \cdot 0,1 \text{ MeV}} = 66 \frac{10^2 \cdot 10^{-15}}{10^7} \text{ sec} \approx 7 \times 10^{-19} \text{ sec}$$

$$E \sim 60 \text{ MeV}$$

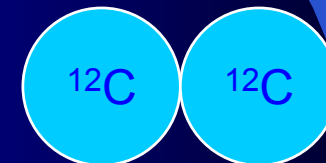
$$v \approx 0,3 c$$

$$T_{\text{reakt}} = \frac{2R}{v} = \frac{6 \text{ fm}}{0,3 \cdot c} = 6 \times 10^{-23} \text{ sec}$$

# Drehimpulsabhängigkeit der Energien



$$E(J) \propto J(J+1)$$

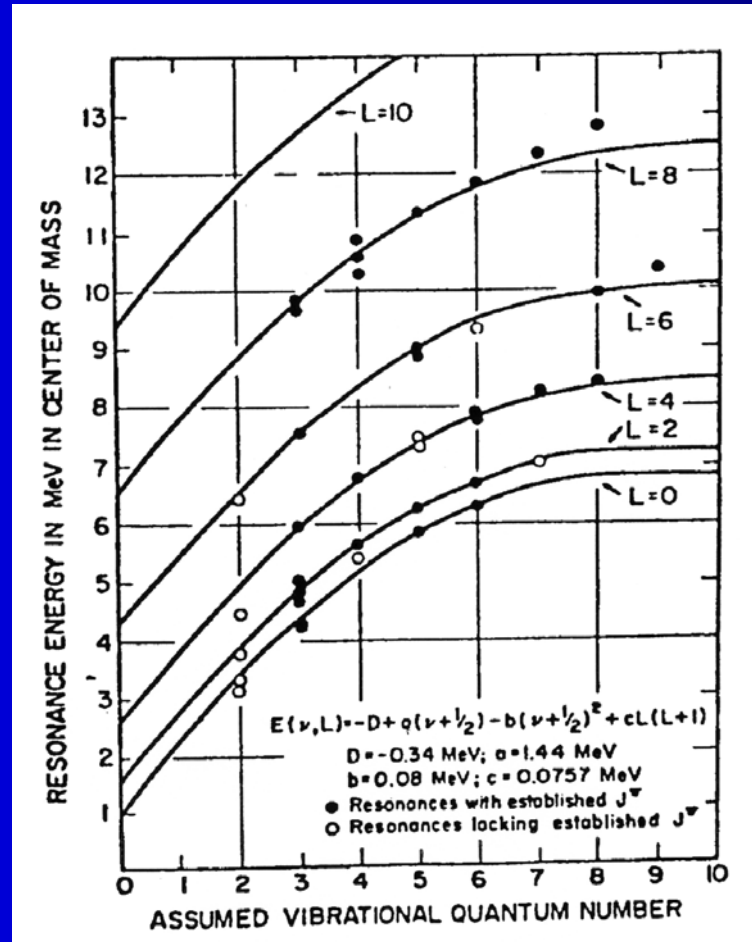


Resonanzen folgen einem Rotationsverhalten.

Trägheitsmoment groß und konsistent mit zwei sich berührenden  $^{12}\text{C}$  Kernen

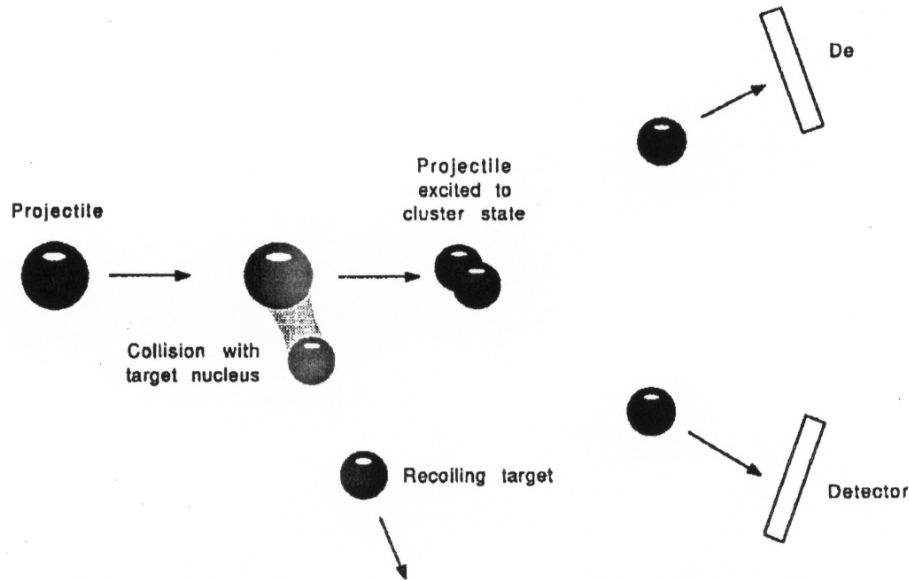
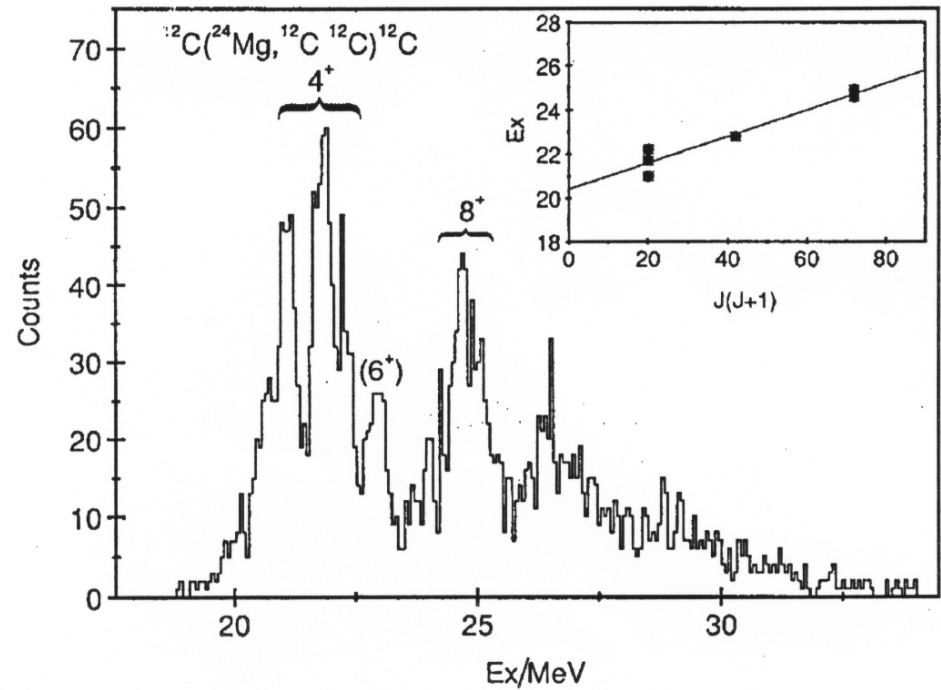
Woher kommt die Energie-Verteilung der Zustände?

# Rotations-Vibrations-Zustände in $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$

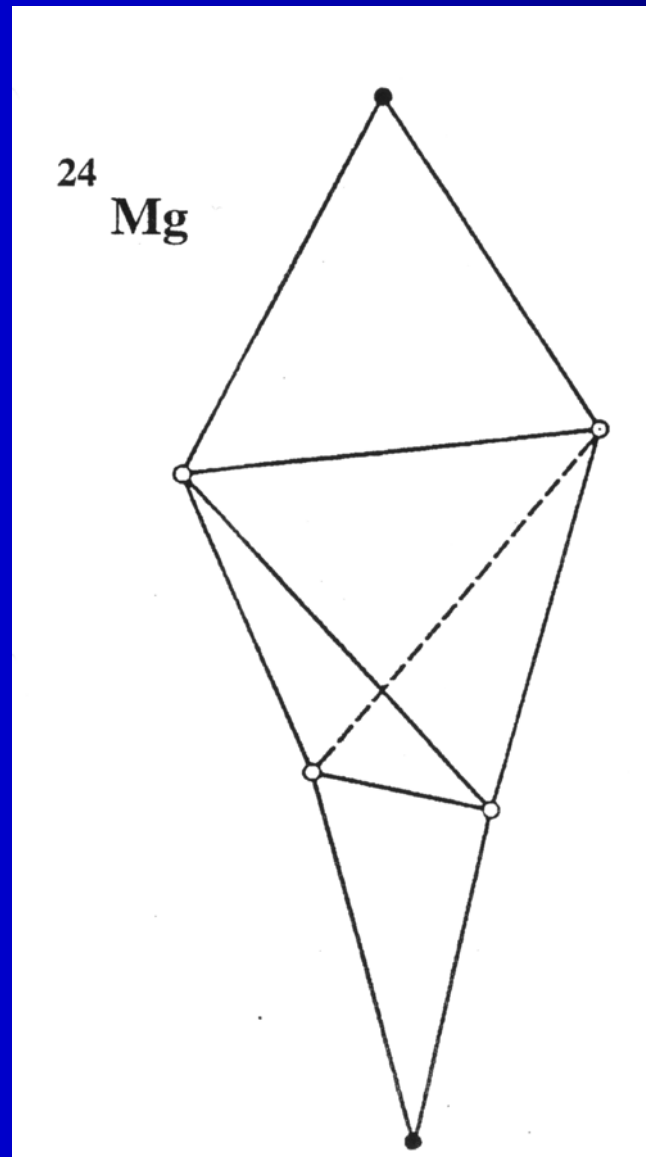


$$E(\nu, L) = -D + \underbrace{a\left(\nu + \frac{1}{2}\right)}_{\text{harm. Vibration}} - \underbrace{b\left(\nu + \frac{1}{2}\right)^2}_{\text{anharmonischer Beitrag}} + \underbrace{cL(L+1)}_{\text{Rotation}}$$

# Experimentelles Studium von Cluster Zuständen

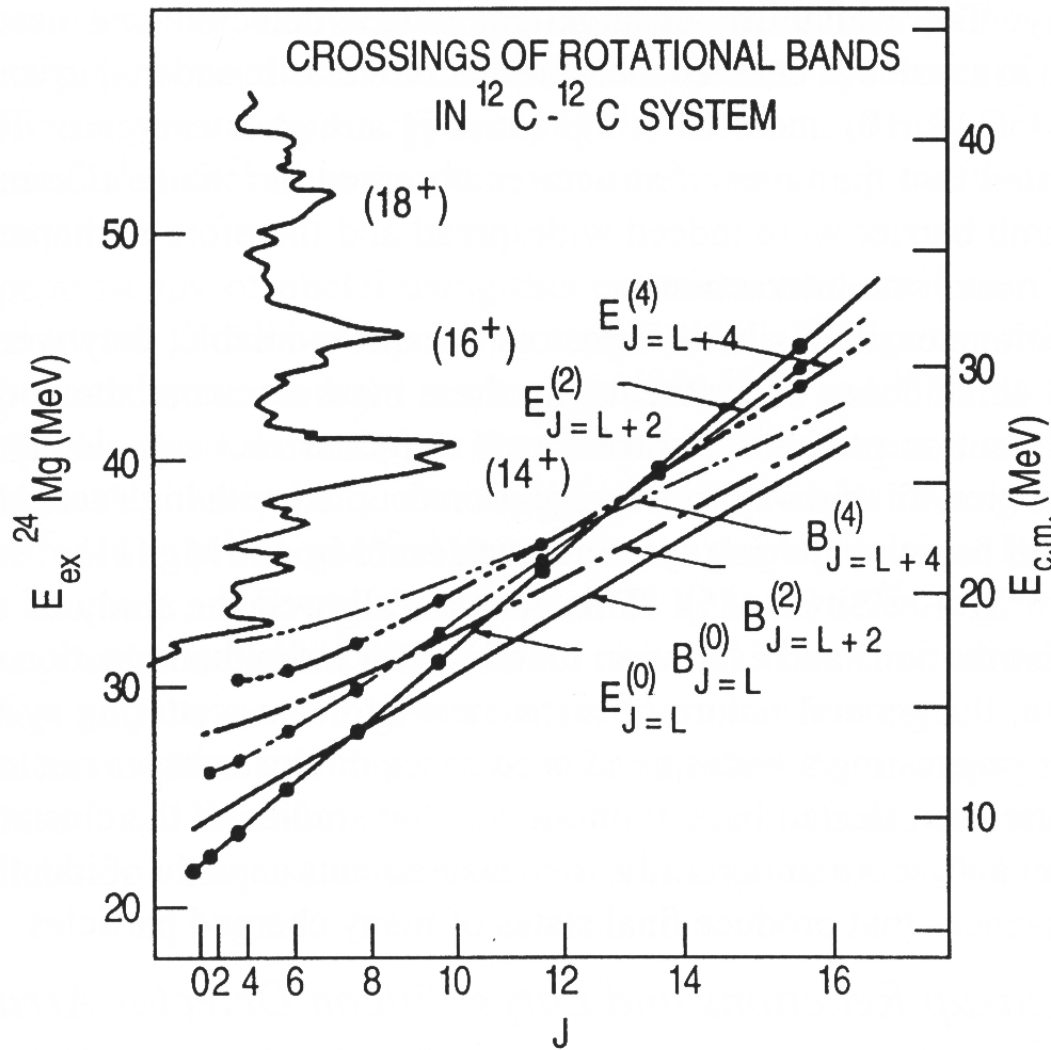


# Mögliche Struktur der Clusterzustände





# Rotationsstrukturen in $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Streuung



Theoretische Rechnungen können die beobachteten Strukturen beschreiben

# Deformiertes Schalenmodell: Nilsson-Modell

Hamiltonian

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{m}{2} (\omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2) + C \cdot \vec{L} \cdot \vec{S} + D \cdot \vec{L}^2$$

$$\omega_{\perp}^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{2}{3} \delta\right)$$

$$\omega_z^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{4}{3} \delta\right)$$

$$\omega_0 = \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3\right)^{-\frac{1}{6}}$$

Dies kann man auch schreiben als:

$$H = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{m}{2} \omega_0^2 r^2 + C \cdot \vec{L} \cdot \vec{S} + D \cdot \vec{L}^2}_{\text{Schalenmodell mit H.O. Potential}} - \underbrace{m \omega_0^2 r^2 \delta \frac{4}{3} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} Y_{20}(\theta, \Phi)}_{H_{\text{def}}}$$

# Näherung für große Deformationen

Bei großem  $\delta$  sind die Termen  $\underline{\mathbf{L}} \cdot \underline{\mathbf{S}}$  und  $\underline{\mathbf{L}}^2$  vernachlässigbar und der Hamiltonian ist der eines anisotropen harmonischen Oszillators:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

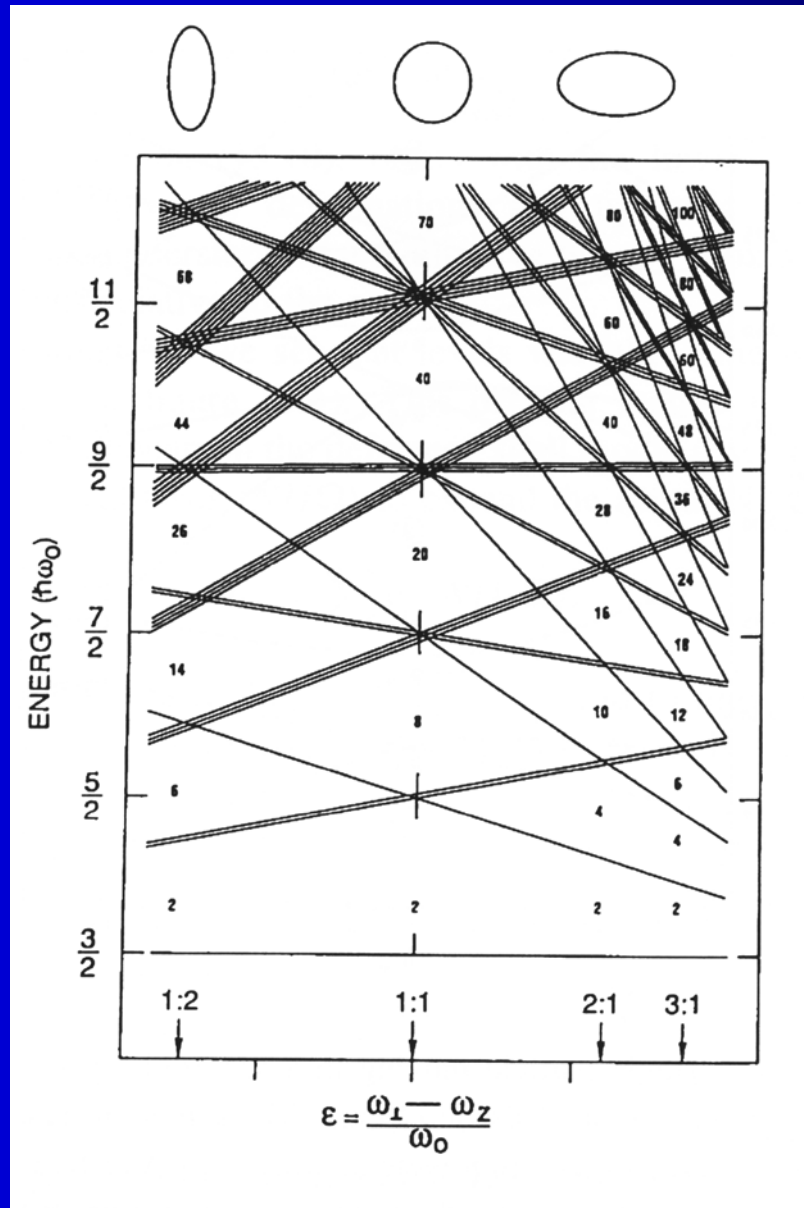
Bewegung separiert sich in unabhängige Anteile entlang der Koordinaten (x,y) und z.

Gute Quantenzahlen sind  $n_z$  und  $(n_x + n_y)$  mit totaler Energie

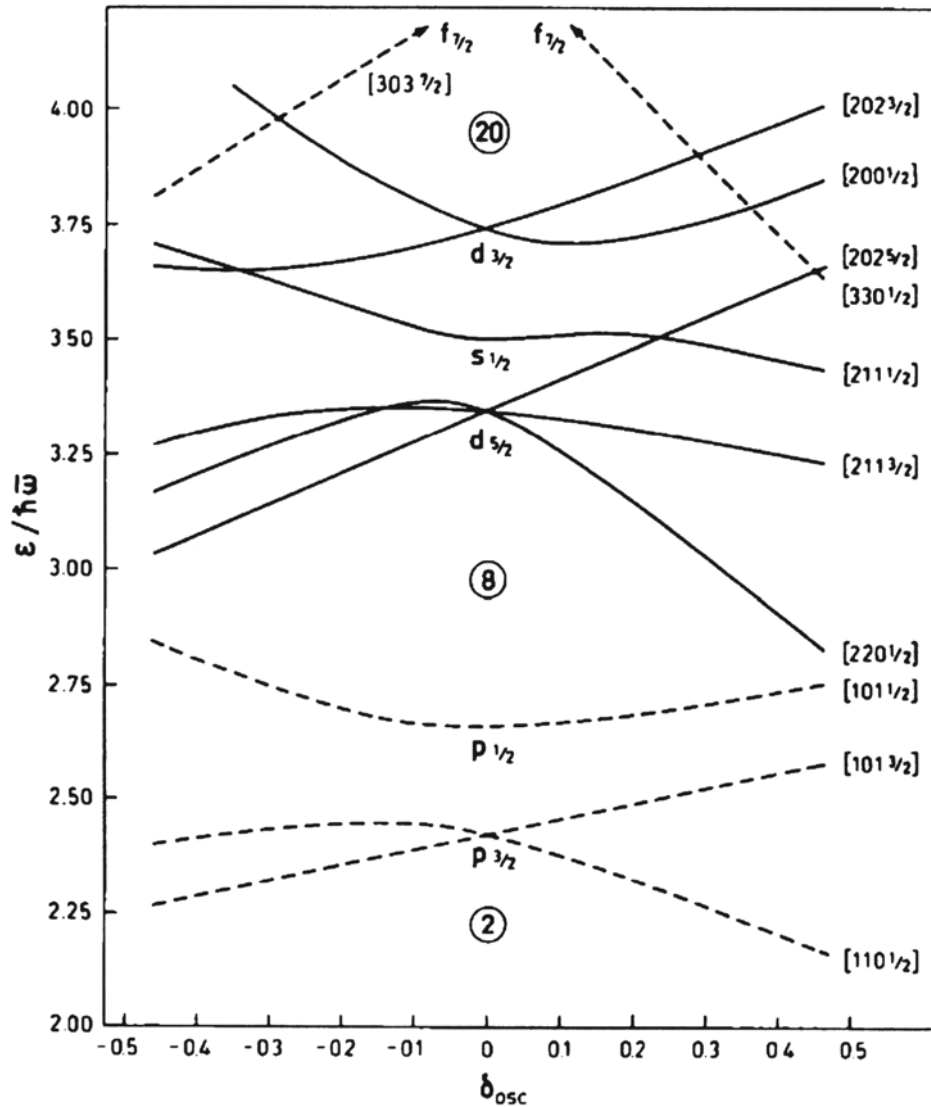
$$E(n_x, n_y, n_z) = \hbar \omega_x (N - n_z + 1) + \hbar \omega_z \left( n_z + \frac{1}{2} \right)$$

$$N = n_x + n_y + n_z$$

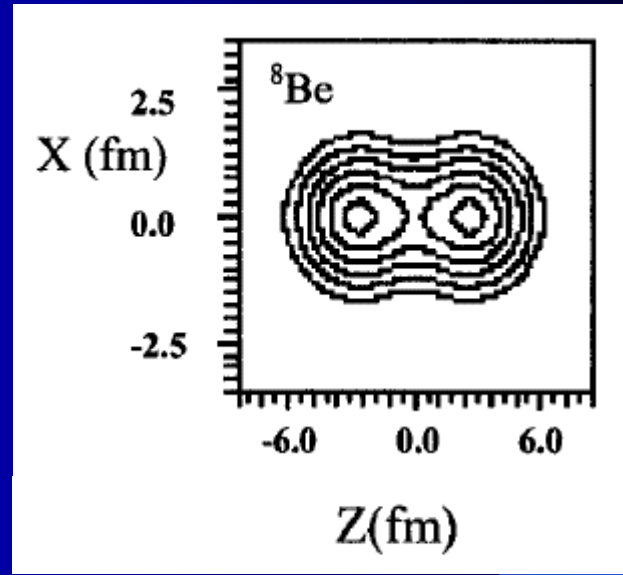
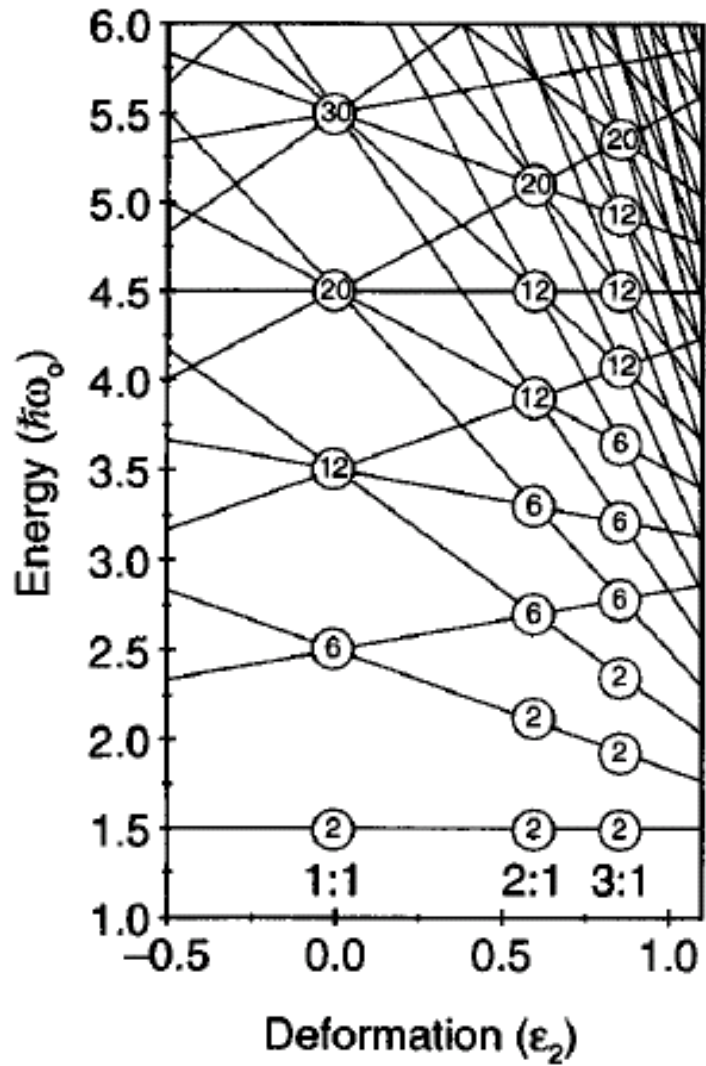
# Energien des deformierten harmonischen Oszillators



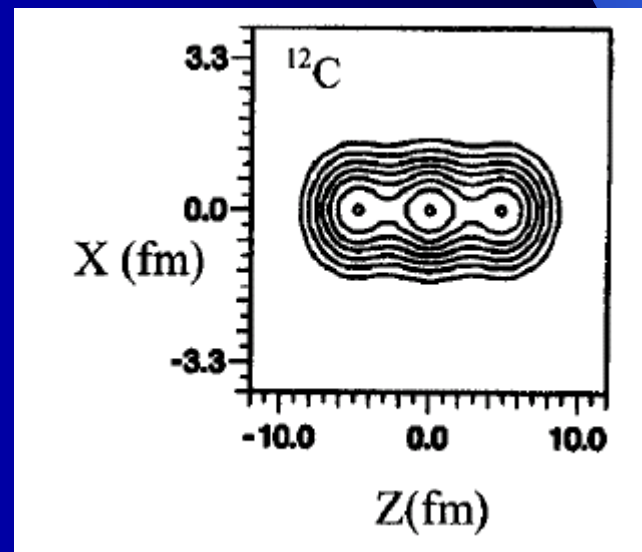
# Nilsson Diagramm für $N \leq 20$



# Deformierter Harmonischer Oszillator

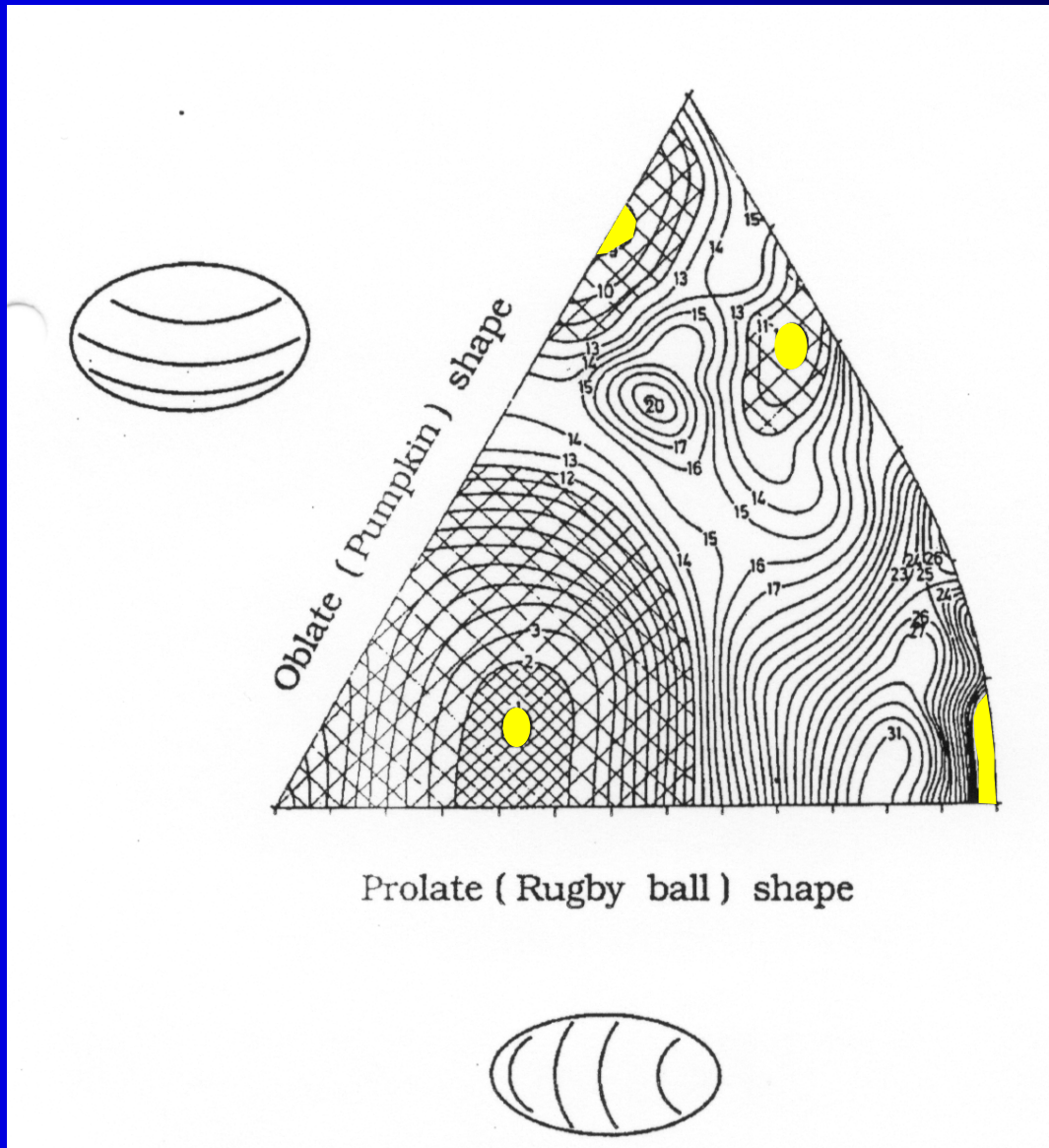


Dichtekonturen aus deformiertem Schalenmodell!



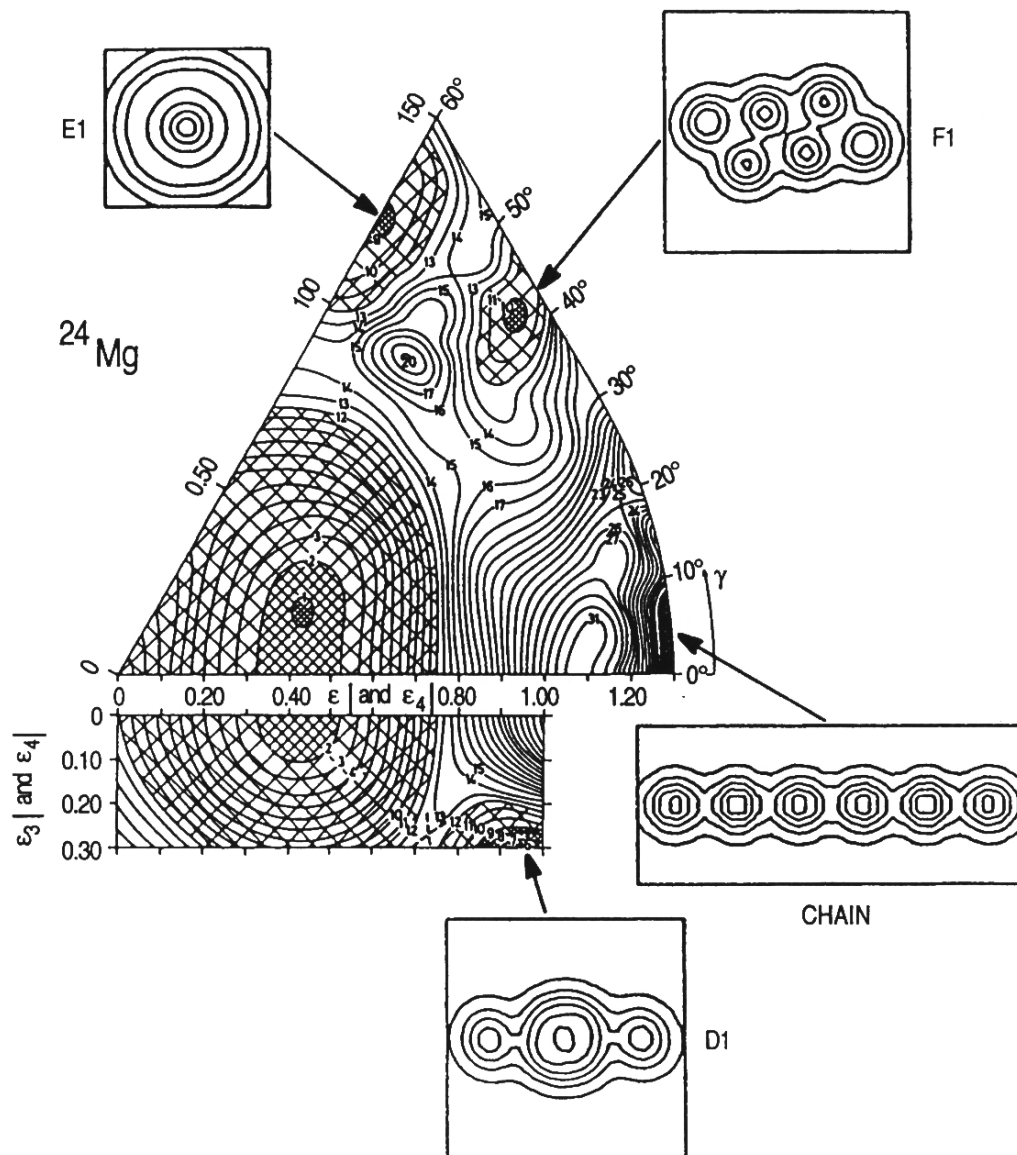
$$E_{n_{\perp}, n_z} = \hbar\omega_{\perp}(n_{\perp} + 1) + \hbar\omega_z(n_z + 0.5)$$

# $^{24}\text{Mg}$ im deformierten Schalenmodell





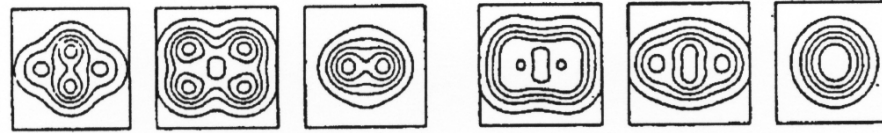
# Theoretische Beschreibung





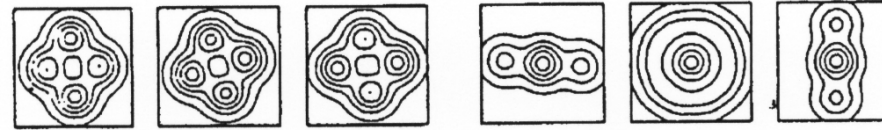
# Cluster Zustände in $^{24}\text{Mg}$

Projektion der Dichteverteilung auf verschiedene Achsen



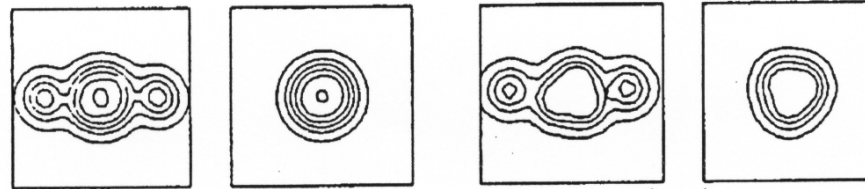
(a)

(b)



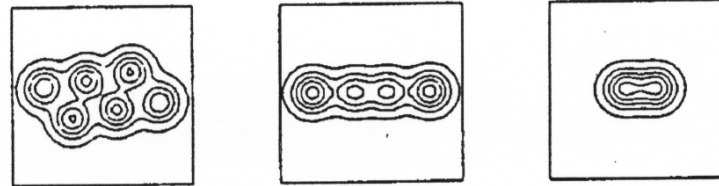
(c)

(d)



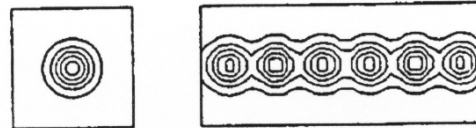
(e)

(f)



(g)

0 10  
fm

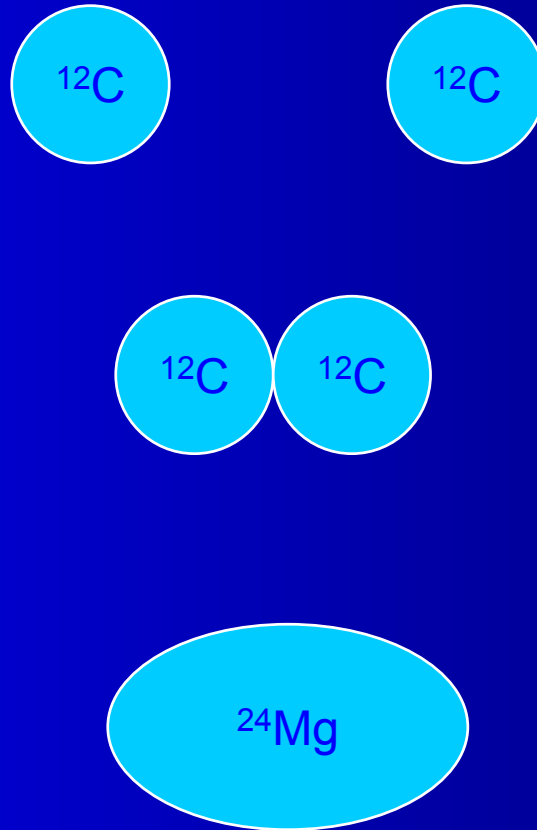


(h)

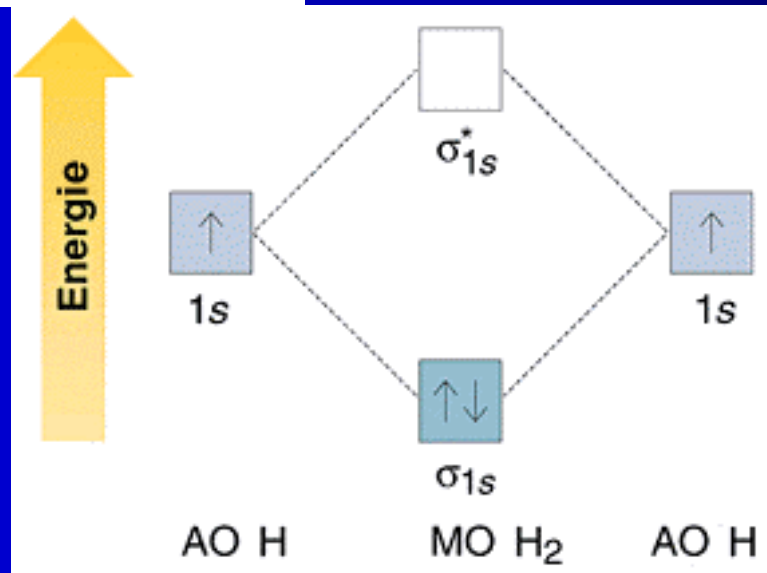
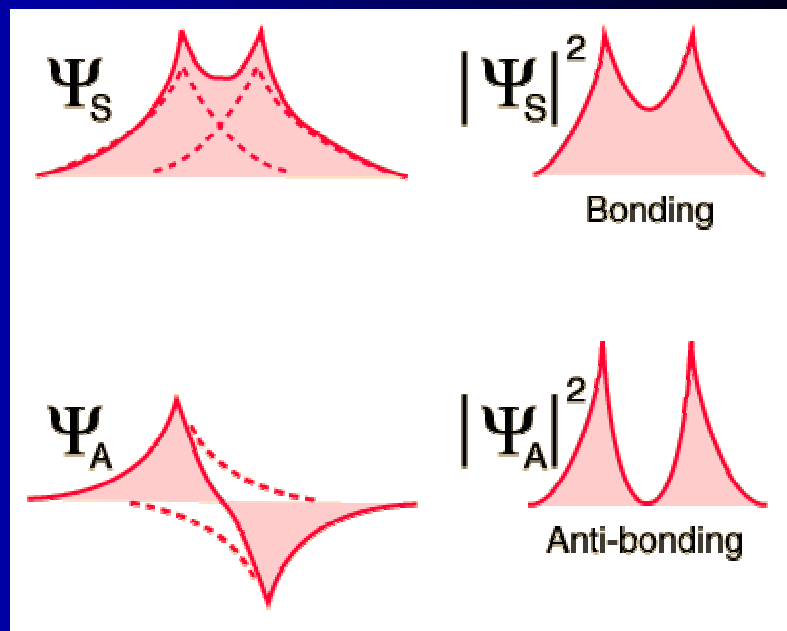
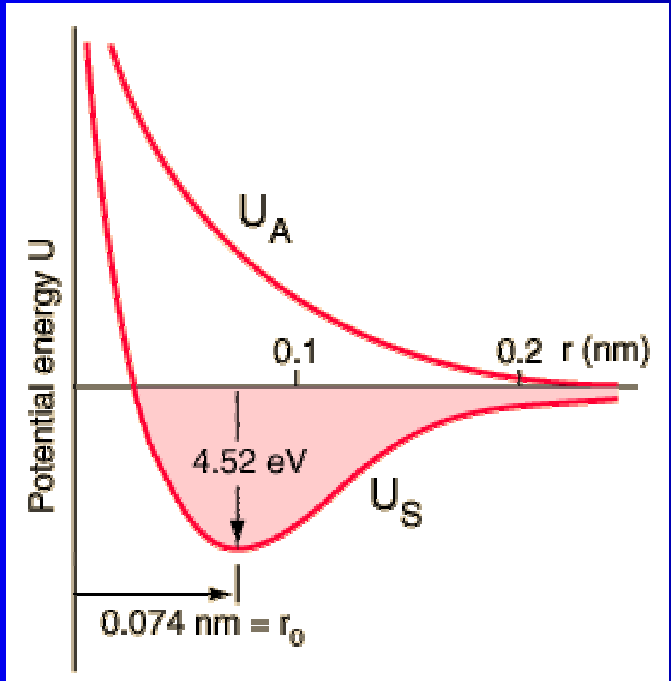
# Two-Center Shell Modell

Das Cluster-System ( $^{24}\text{Mg}$  /  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$ ) hat zwei Limits

- die beiden separierten Cluster
- den aus den Clustern zusammengesetzten Kern

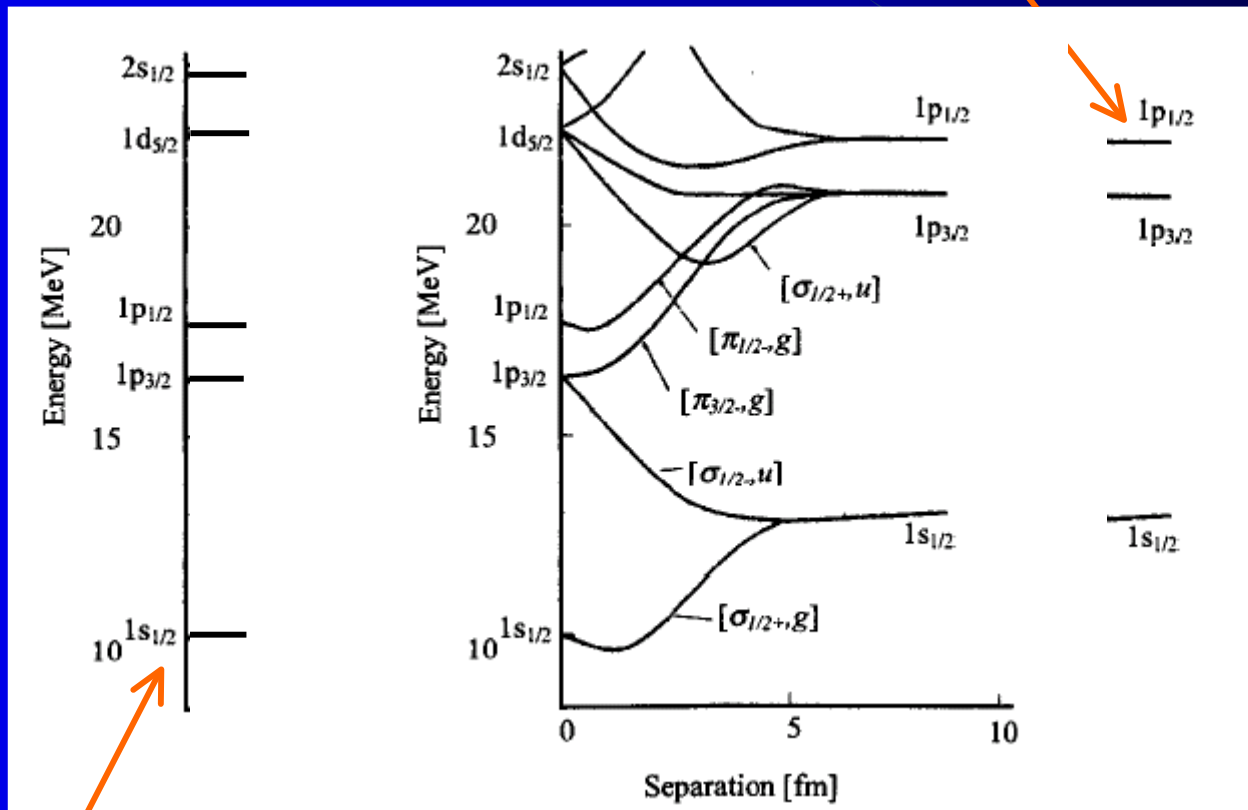


# Bindung von Zwei Wasserstoffatomen



# Two Center Schalen Modell

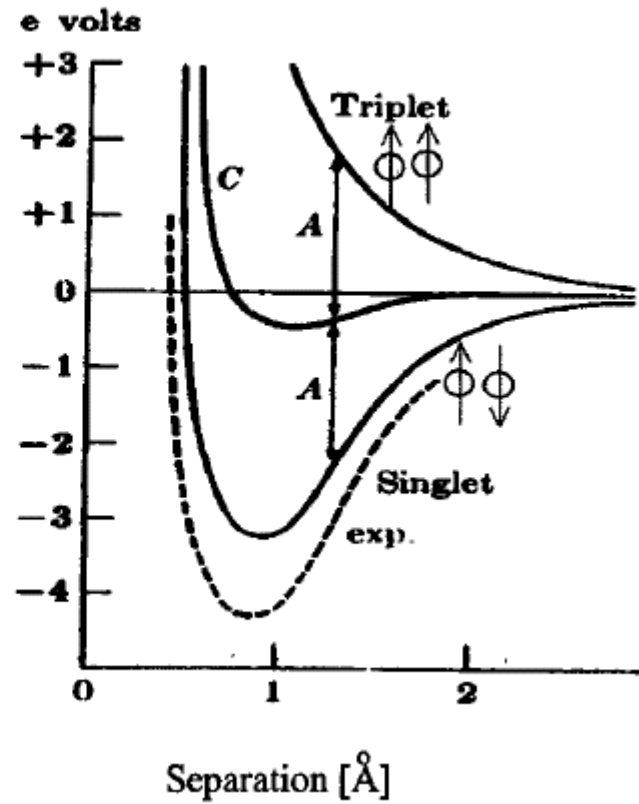
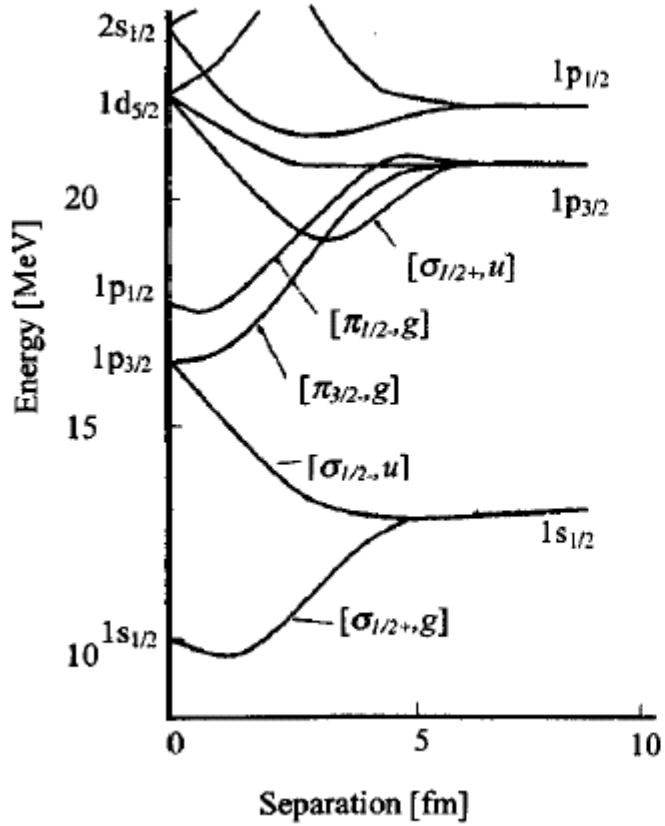
Zustände in den separierten  $^{12}\text{C}$ -Kernen



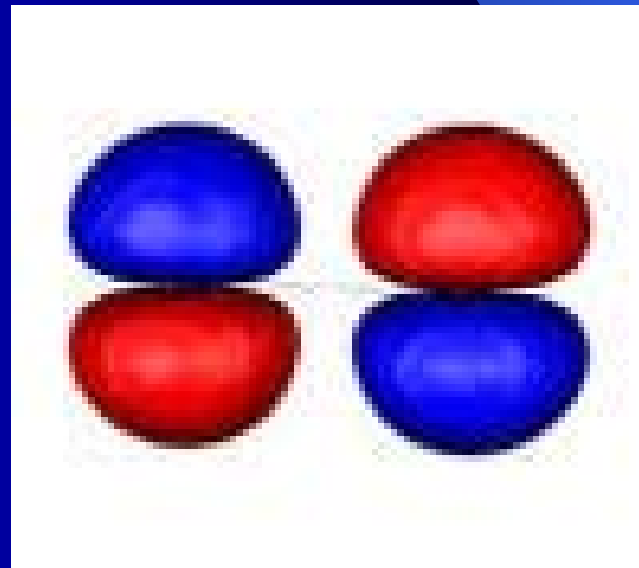
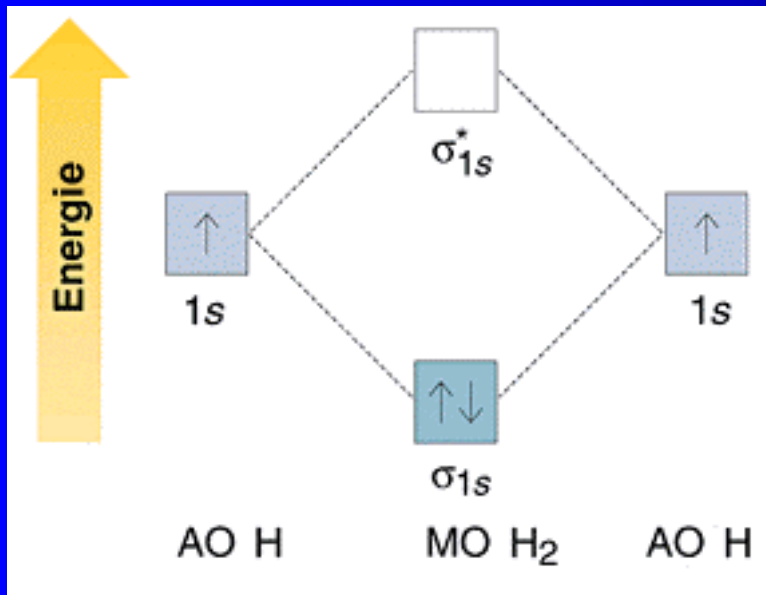
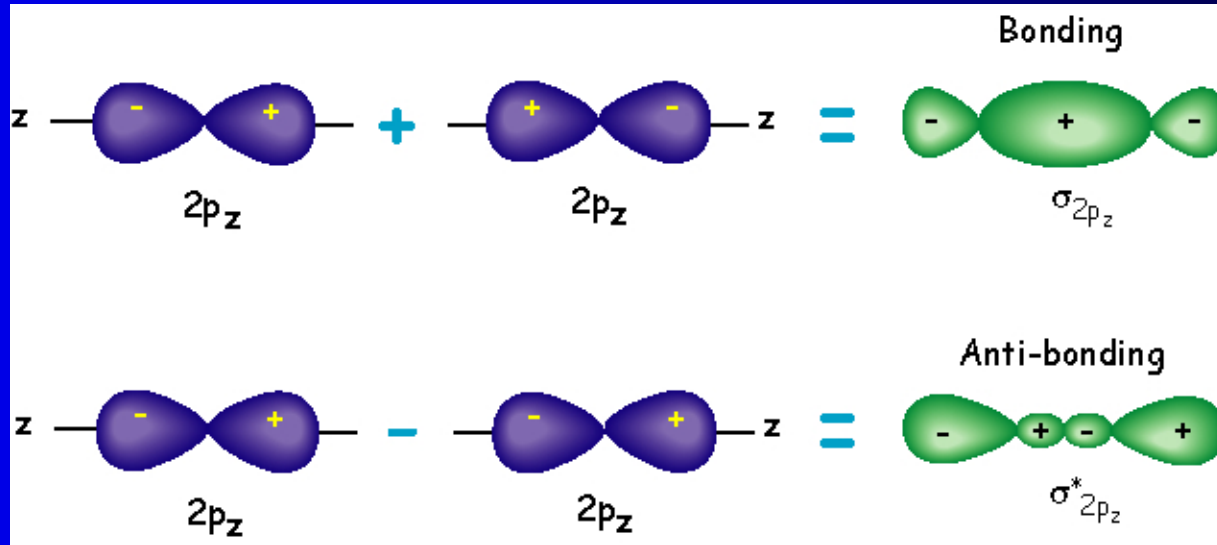
Zustände in  $^{24}\text{Mg}$

Übergang von zwei separierten Kernen zu einem gebundenen Kern im Zwei Center Schalenmodell

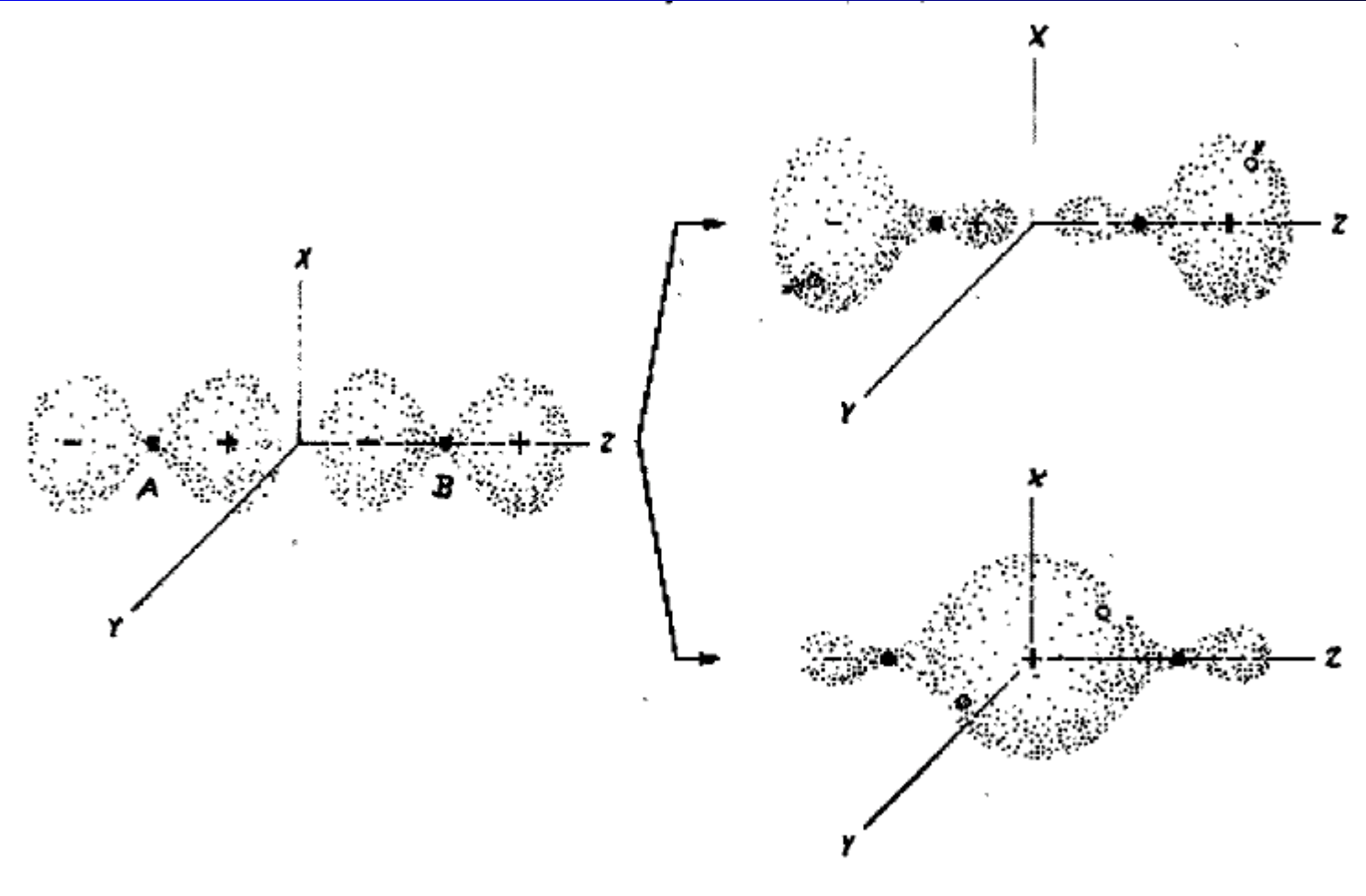
# Kovalente Bindung wie in Molekülen



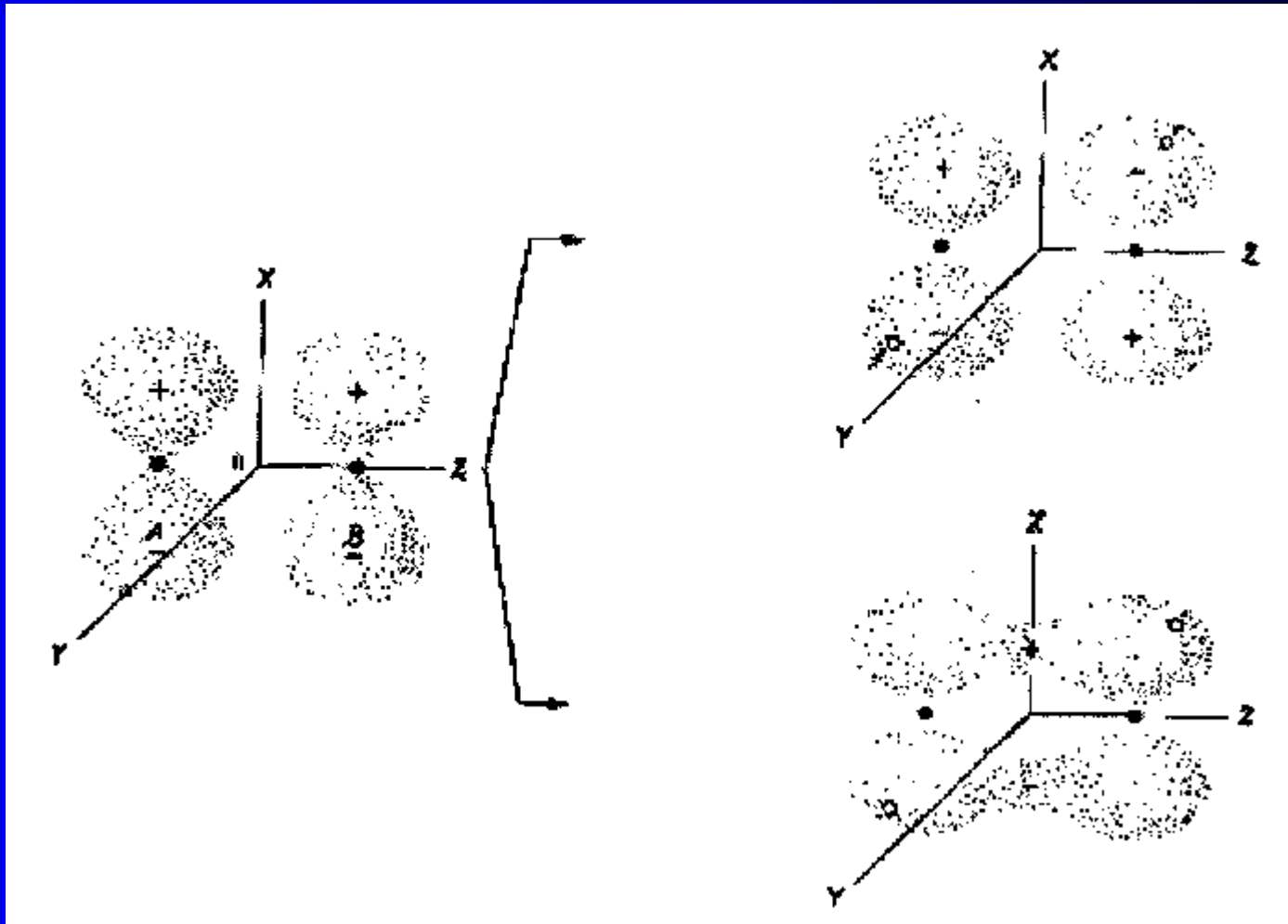
# Sigma- und Pi-Bindung



# Sigma Bindung



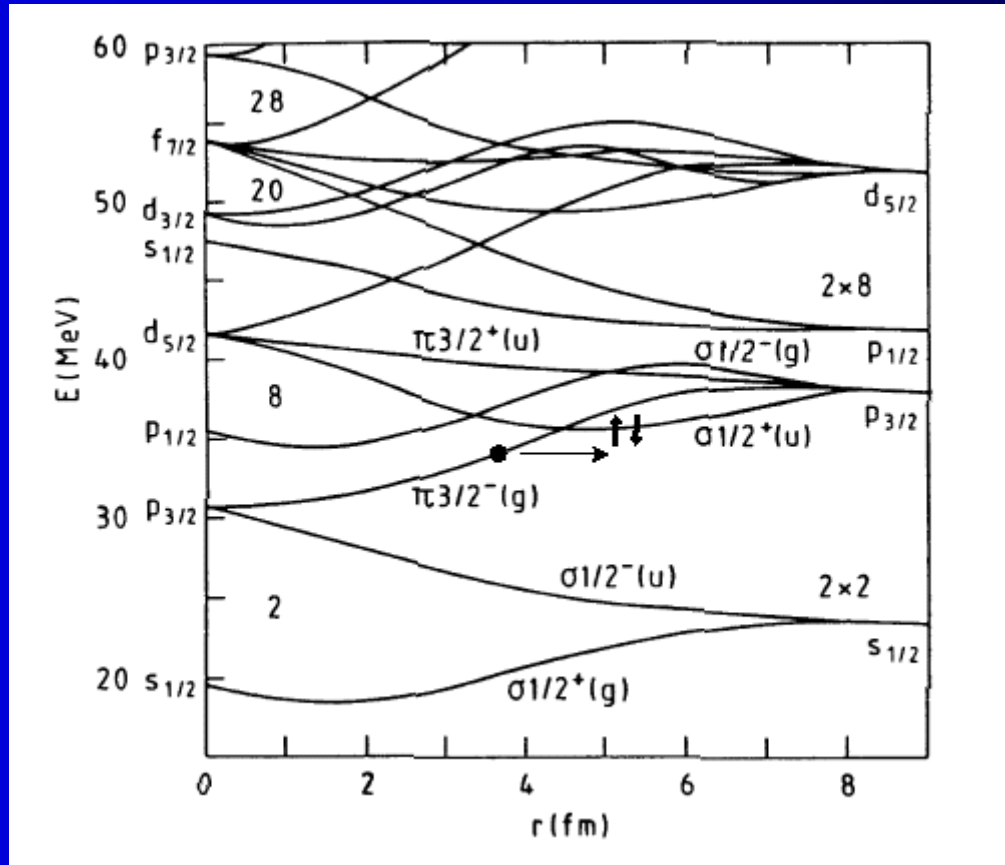
# Pi-Bindung



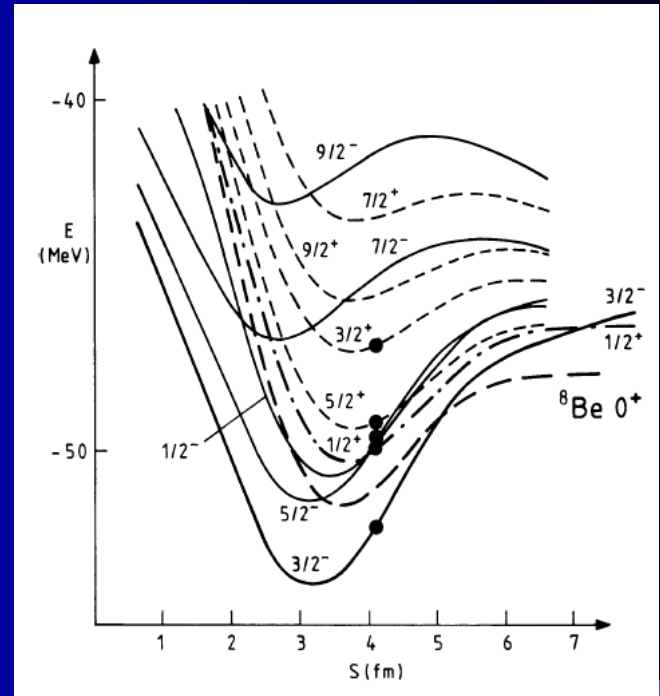
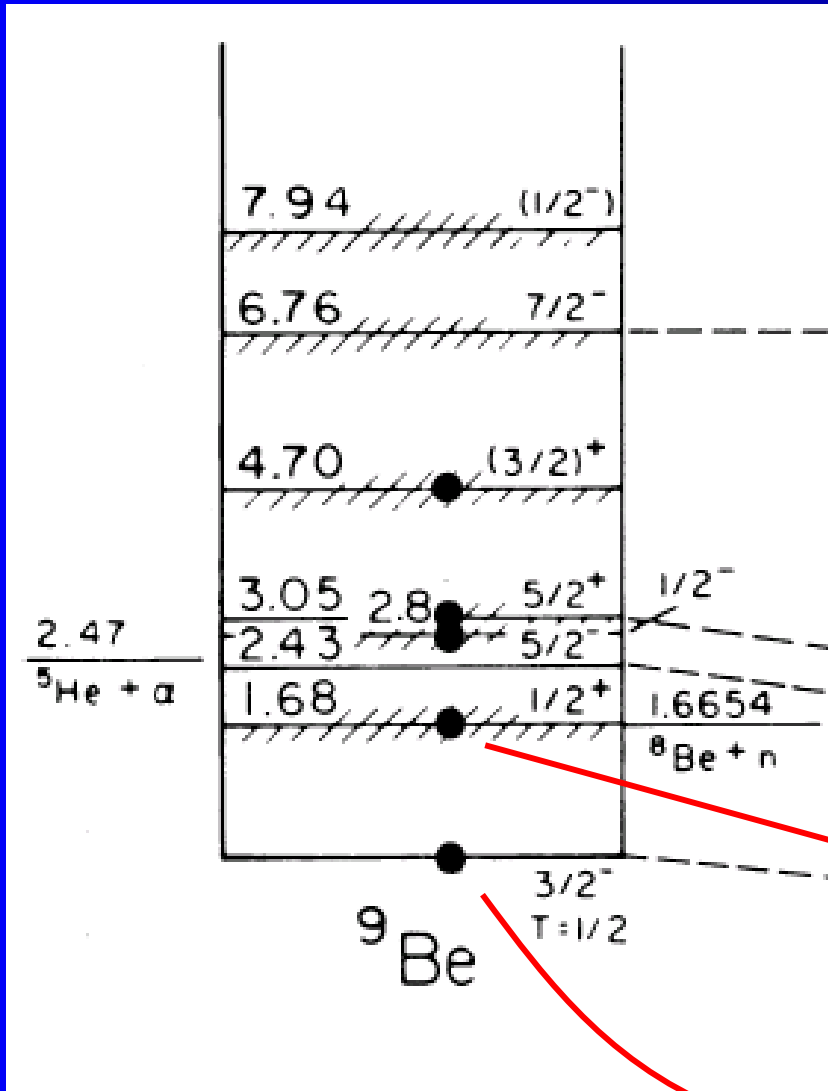


${}^9\text{Be}$

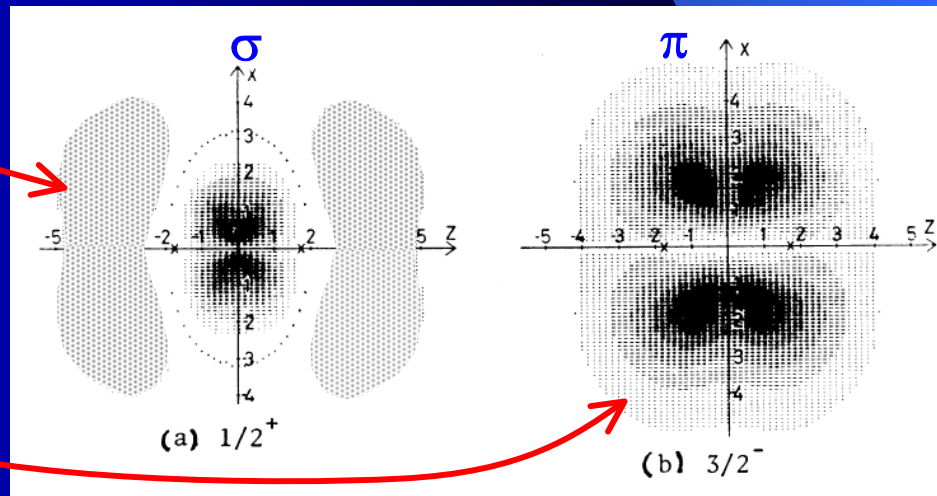
Energie eines Neutron im Potenzial von zwei  $\alpha$ -Teilchen



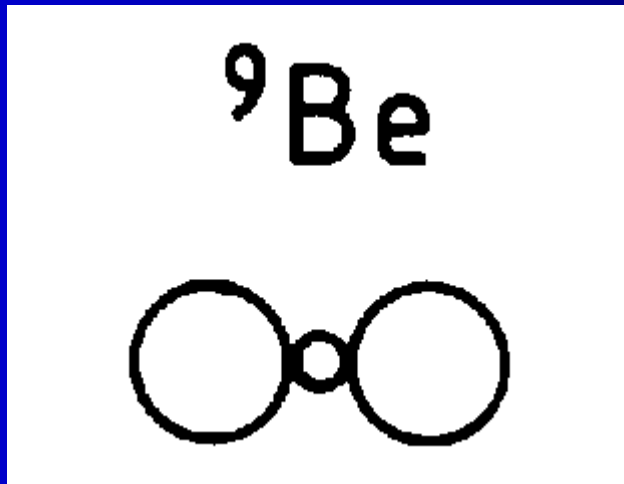
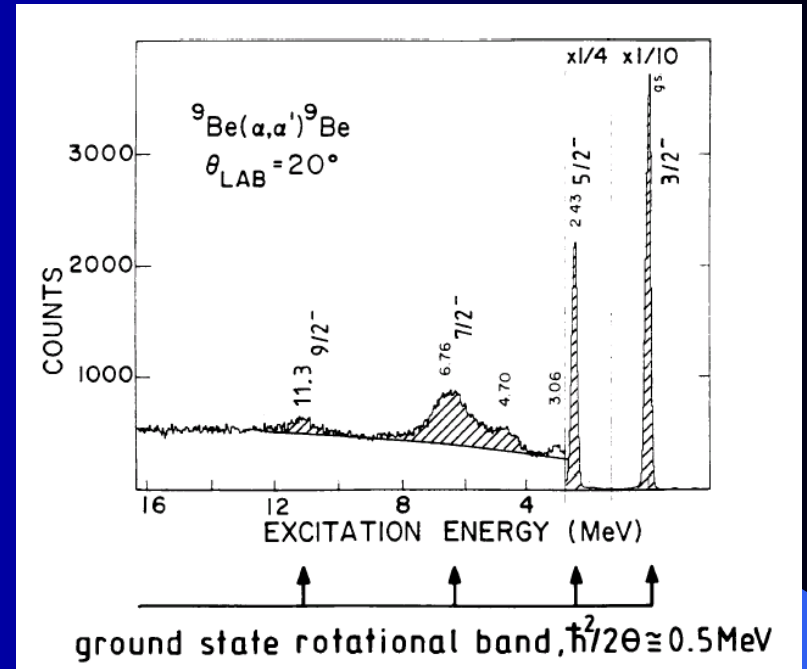
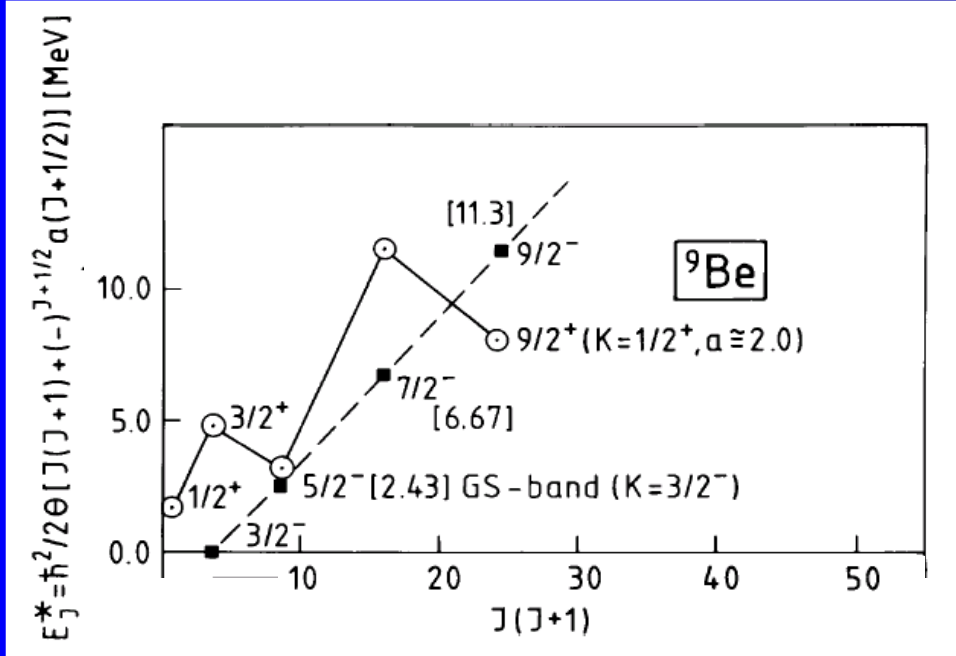
# Molekülstruktur in ${}^9\text{Be}$



Valenzneutron in  $1/2^+$  und  $3/2^-$  Zuständen von  ${}^9\text{Be}$

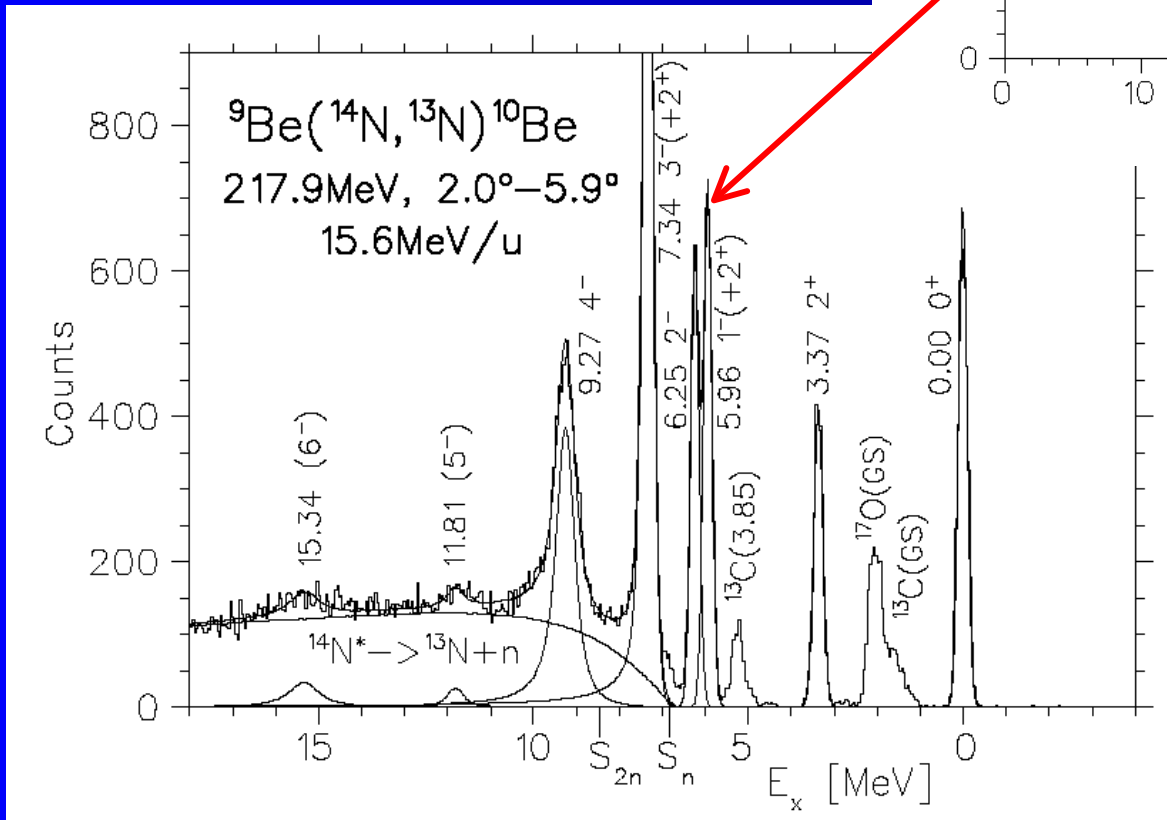
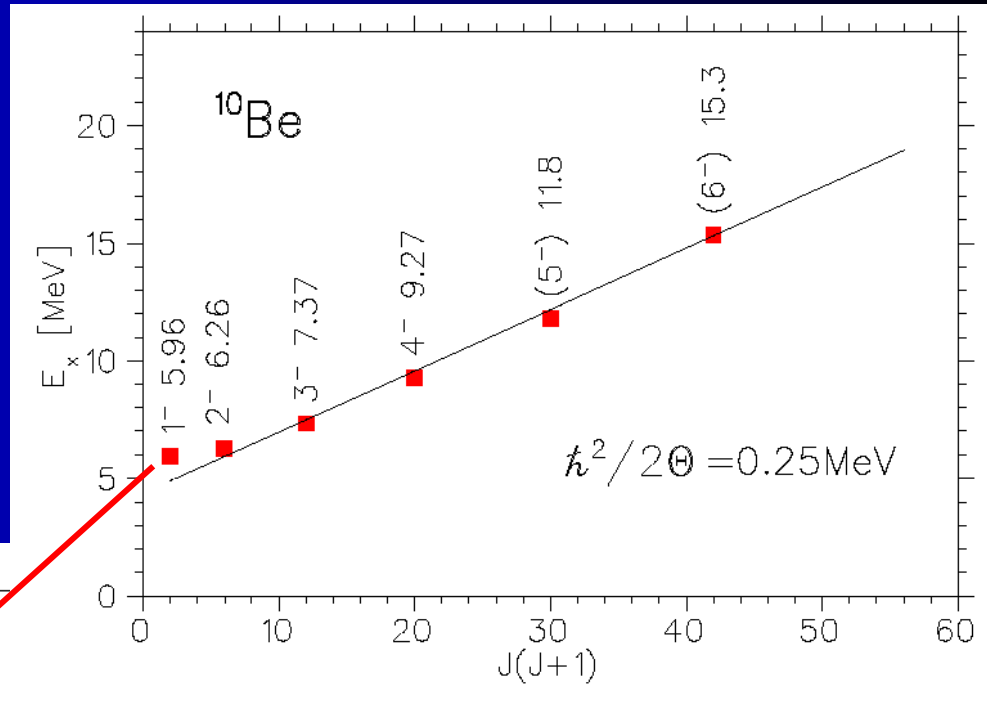


# Rotationszustände in ${}^9\text{Be}$ : Molekülstruktur

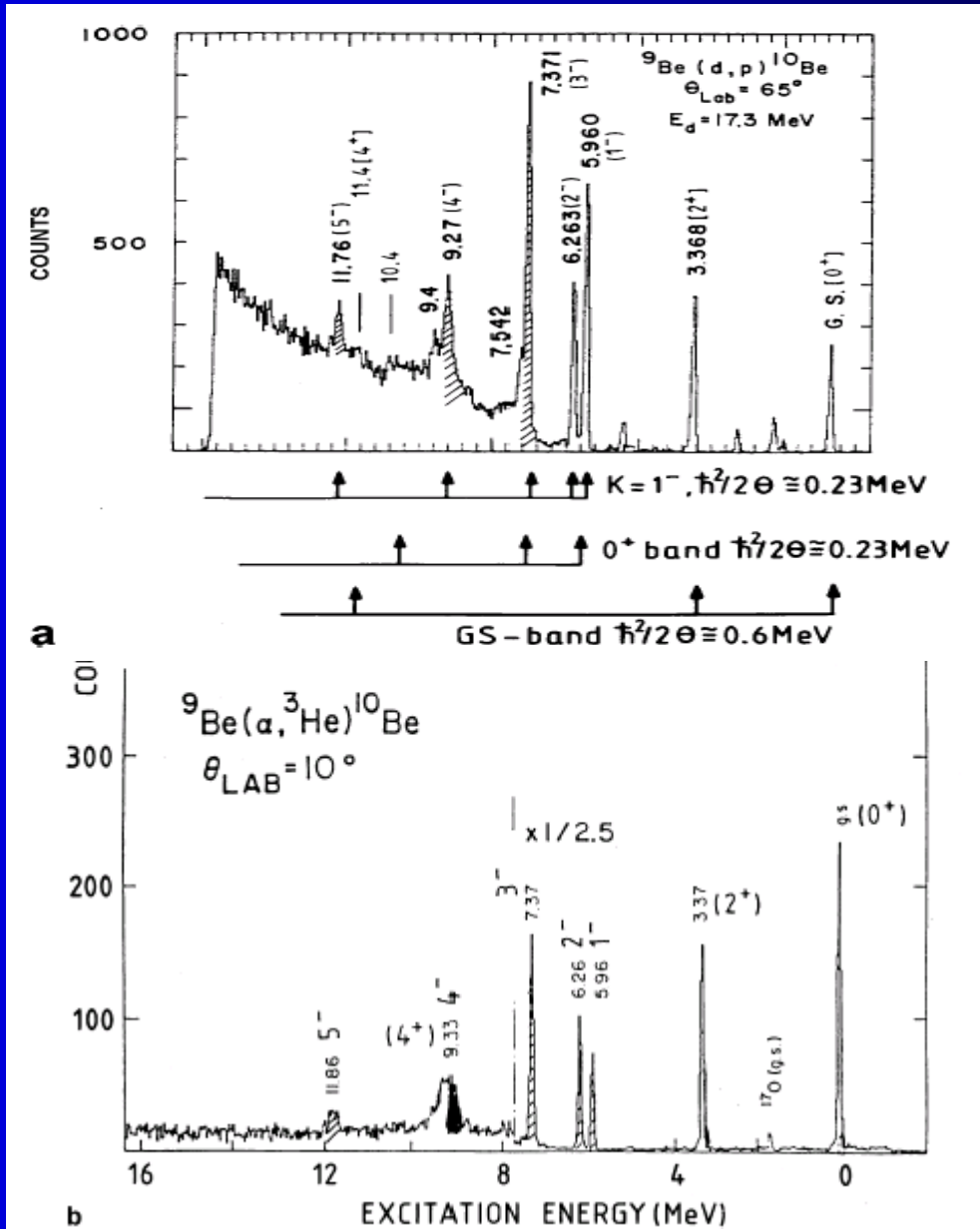


# Struktur von $^{10}\text{Be}$

Rotationsbande mit hohem Trägheitsmoment aufbauend auf 1- Zustand bei 5,96 MeV

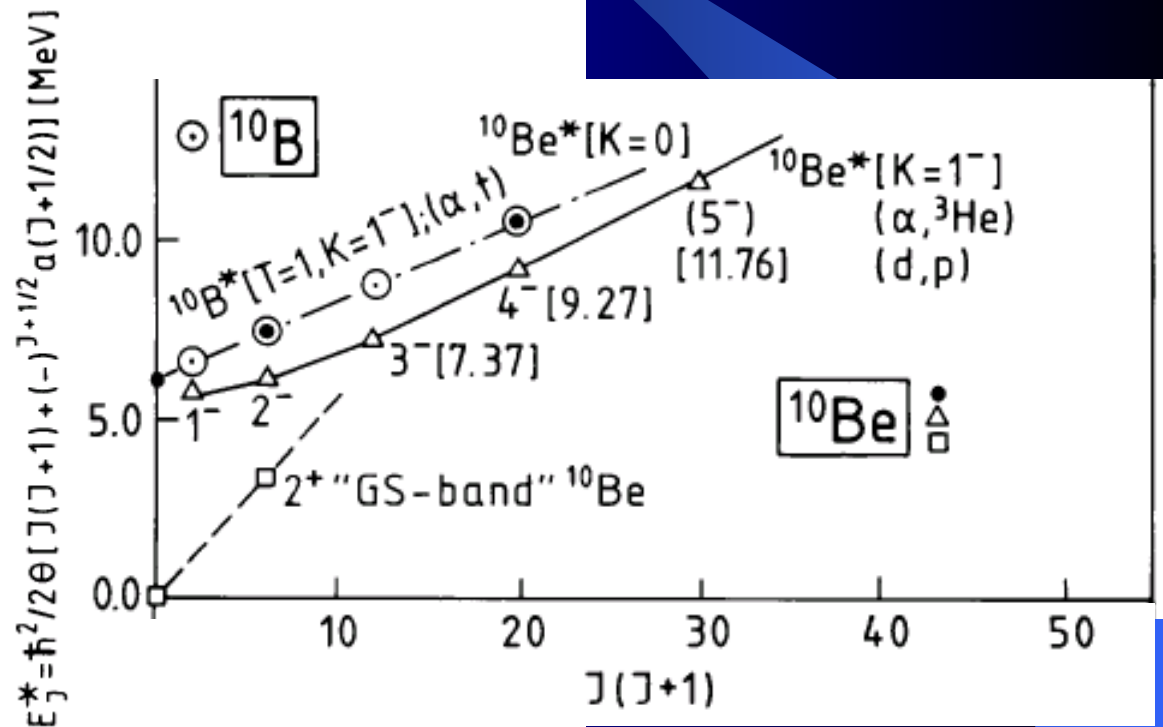


# ${}^9\text{Be}(d,p){}^{10}\text{Be}$ und ${}^9\text{Be}(\alpha,{}^3\text{He}){}^{10}\text{Be}$



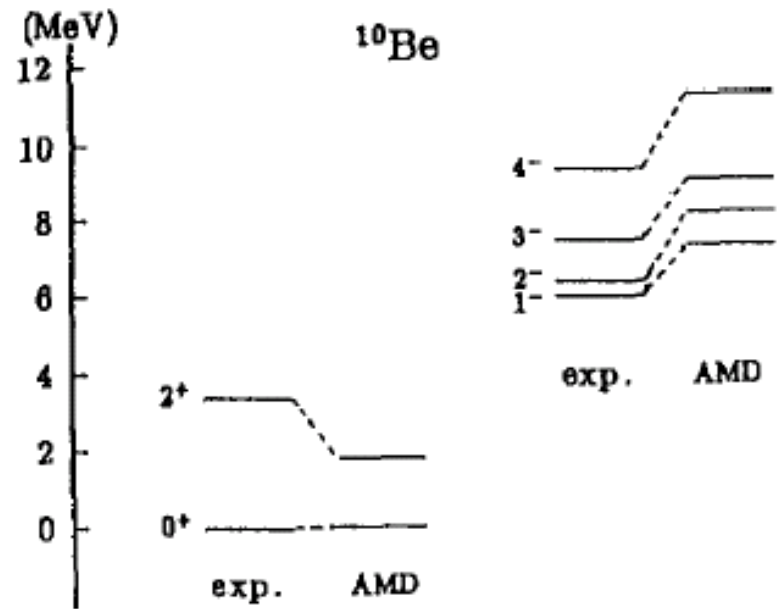
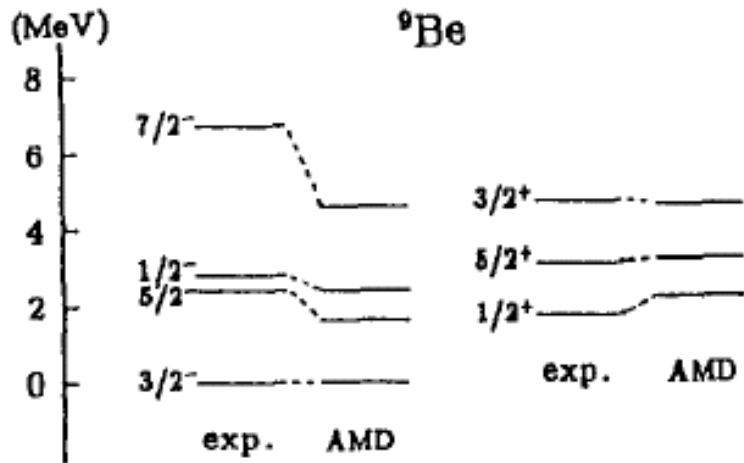
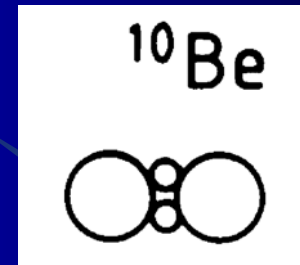
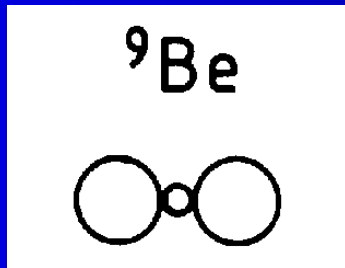
# Angeregte Zustände in $^{10}\text{Be}$

$^{10}\text{Be}$		Exc. En. [MeV]	Width [MeV]
21.474 8Li+d	(2-, T=2)	21.22	
9Li+p		18.6	0.35
19.636	(2-)	17.8	0.11
7Li+t		17.2	
17.250		16.9	1.2
	(6-)	15.3	0.9
	(6+)	14.8	
		13.6	0.4
		13.2	
	(5-)	11.8	0.12
	(4+)	10.55	0.2
	3-	10.15	0.30
	2+	9.56	0.15
8.477 8Be+2n	4-	9.27	0.48
6He+4He	2+	7.54	0.006
7.410	3-	7.37	0.016
9Be+n	0+	6.263	
6.812	2-	6.179	
	2+	5.960	
	1-	5.958	
	2+	3.368	
	0+	0.00	

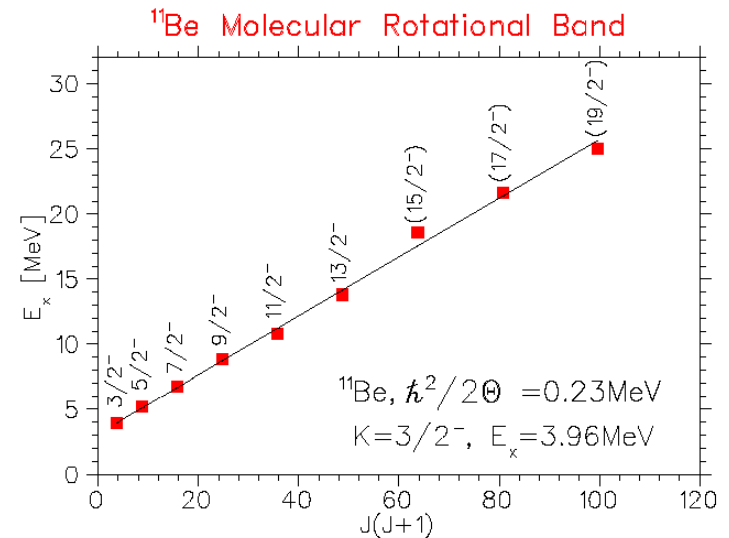
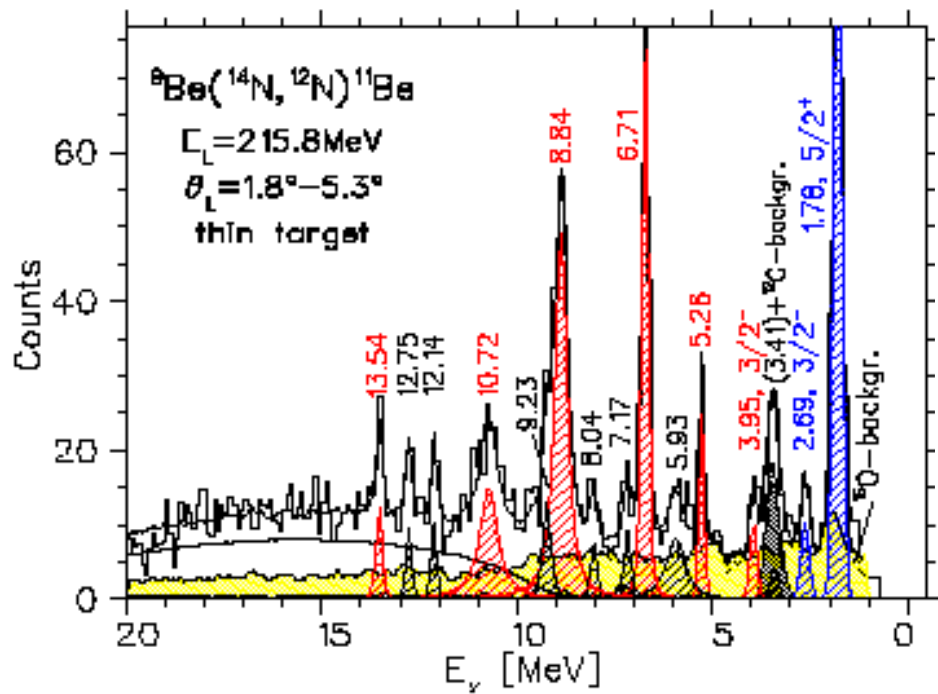
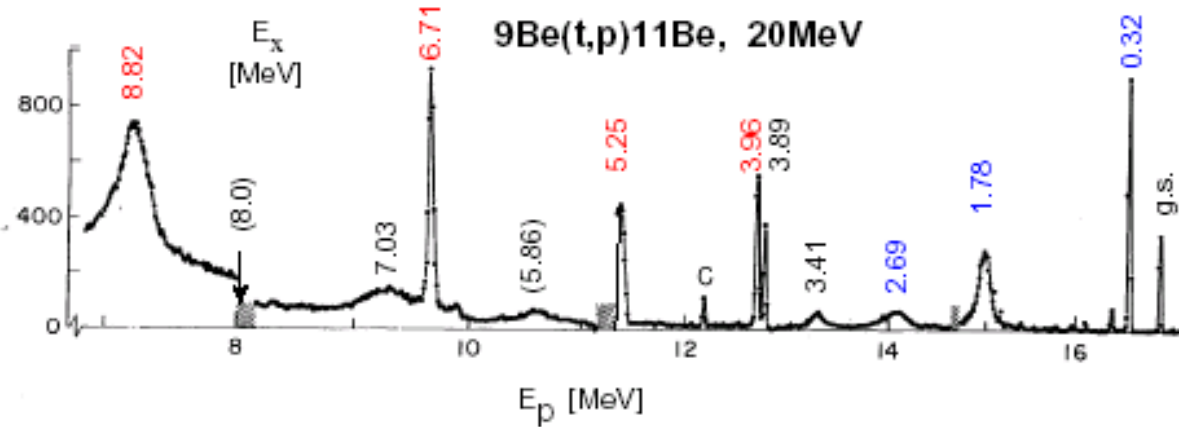


# Cluster Rechnungen (AMD)

# Antisymmetrized Cluster Model

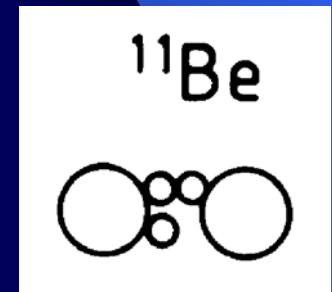
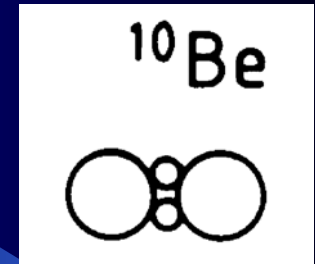
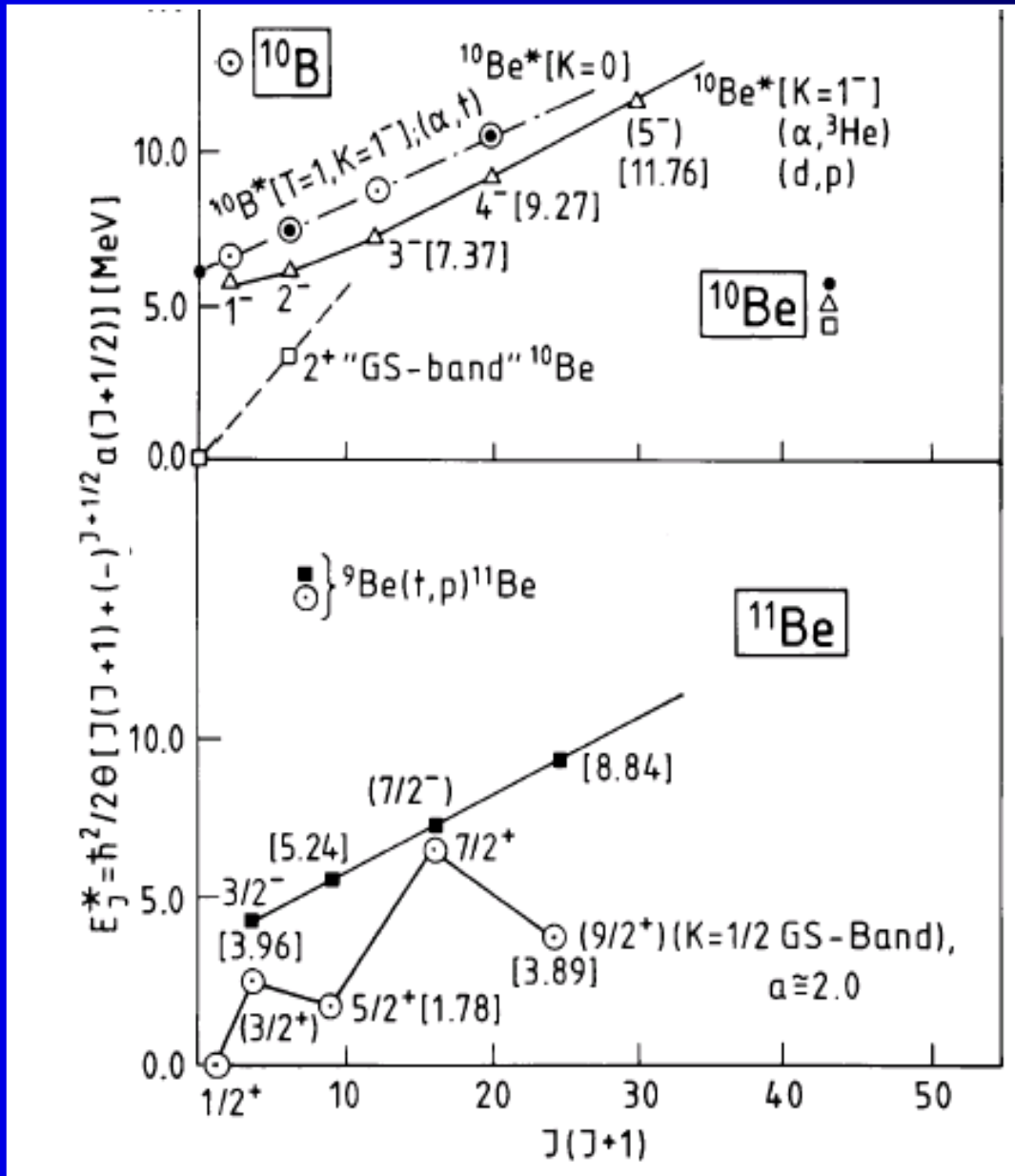


# Molekulare Rotationsbande in $^{11}\text{Be}$

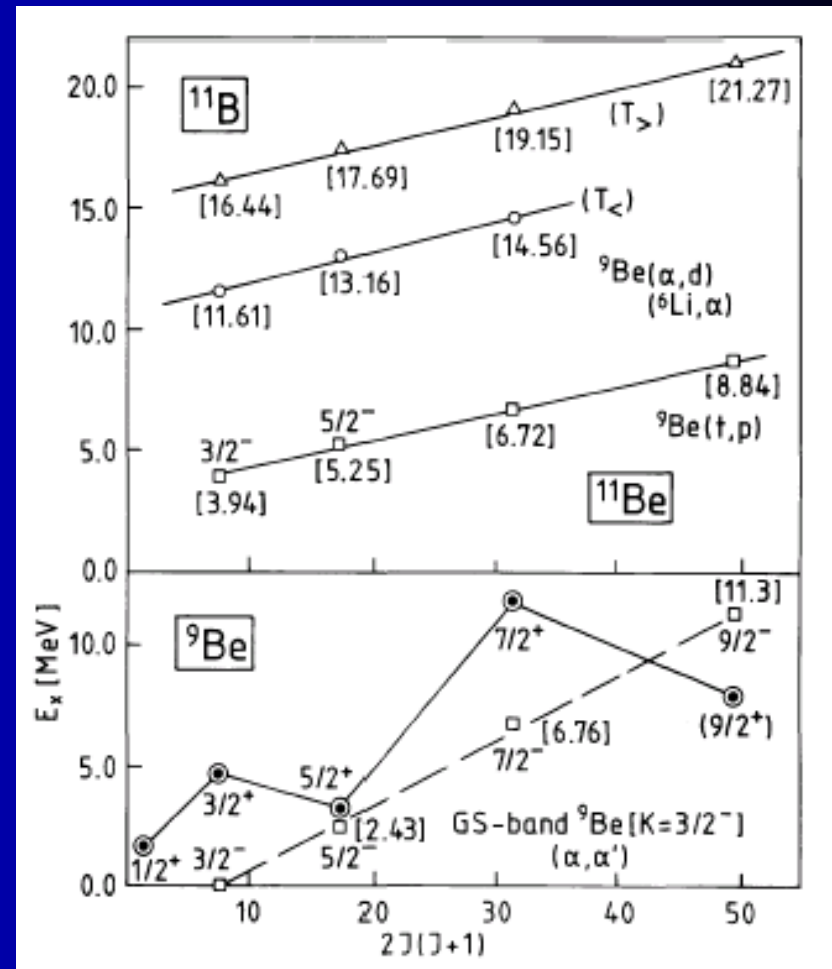
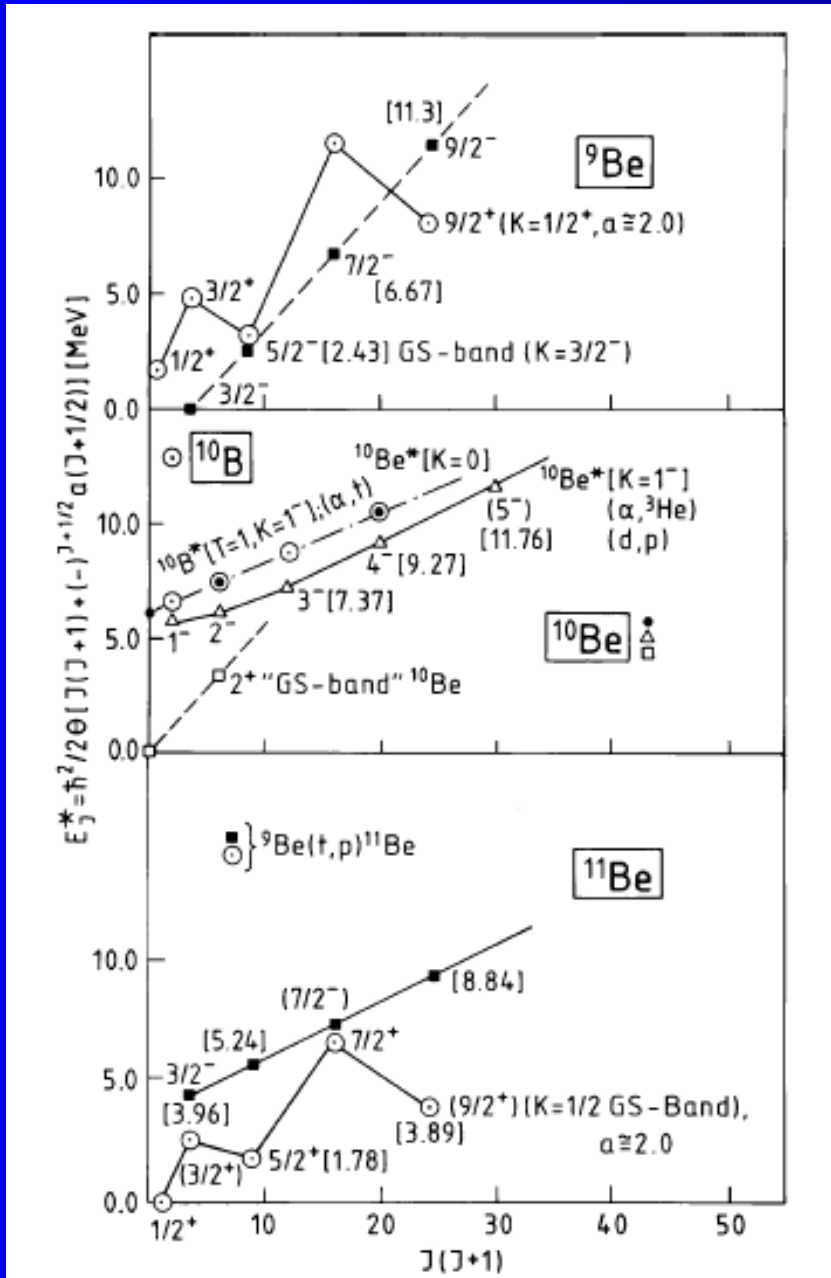




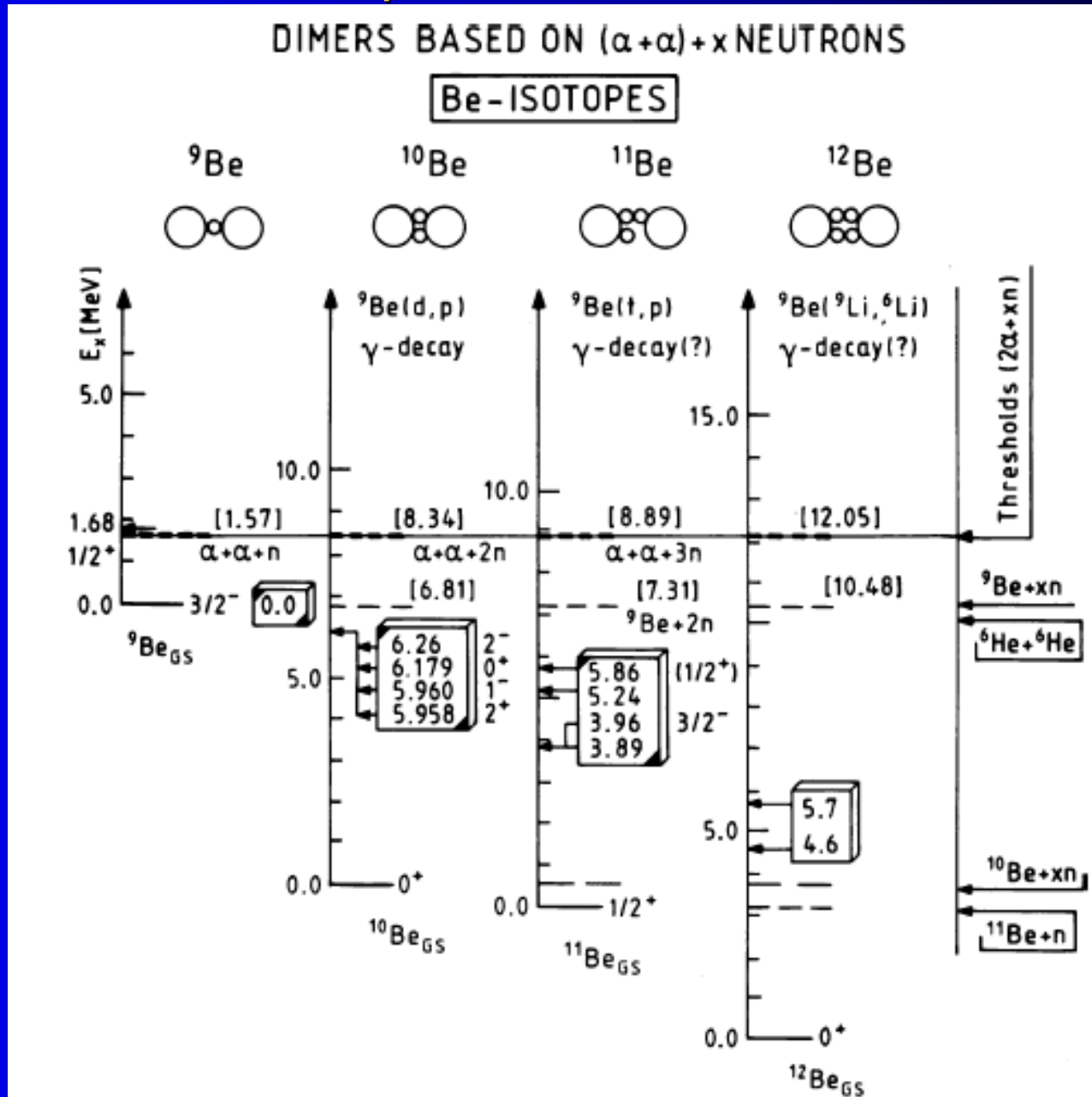
# Molekulartige Zustände in $^{10}\text{Be}$ und $^{11}\text{Be}$



# Rotationszustände in B und Be Isotopen

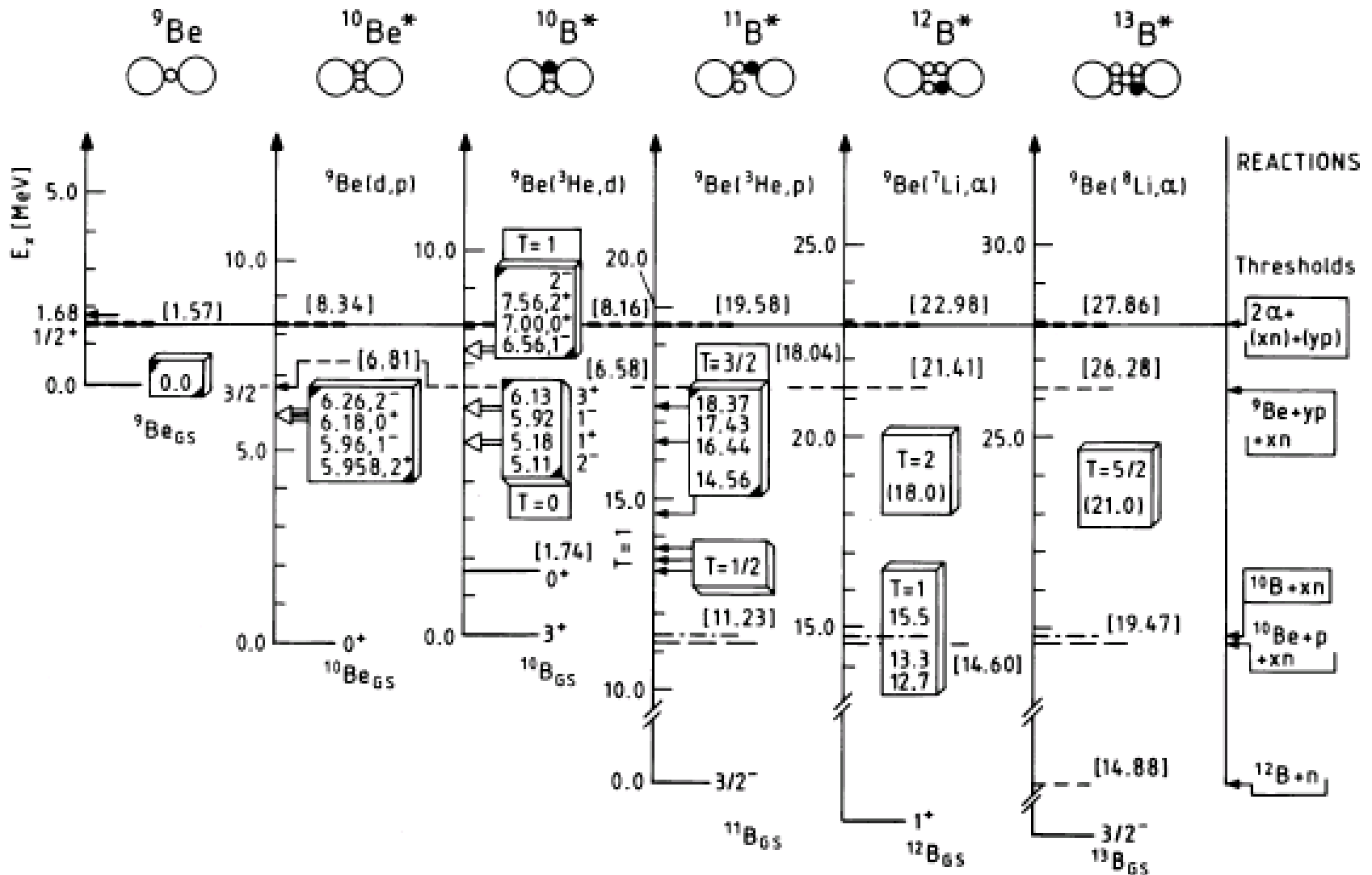


# Dimere in Be - Isotopen

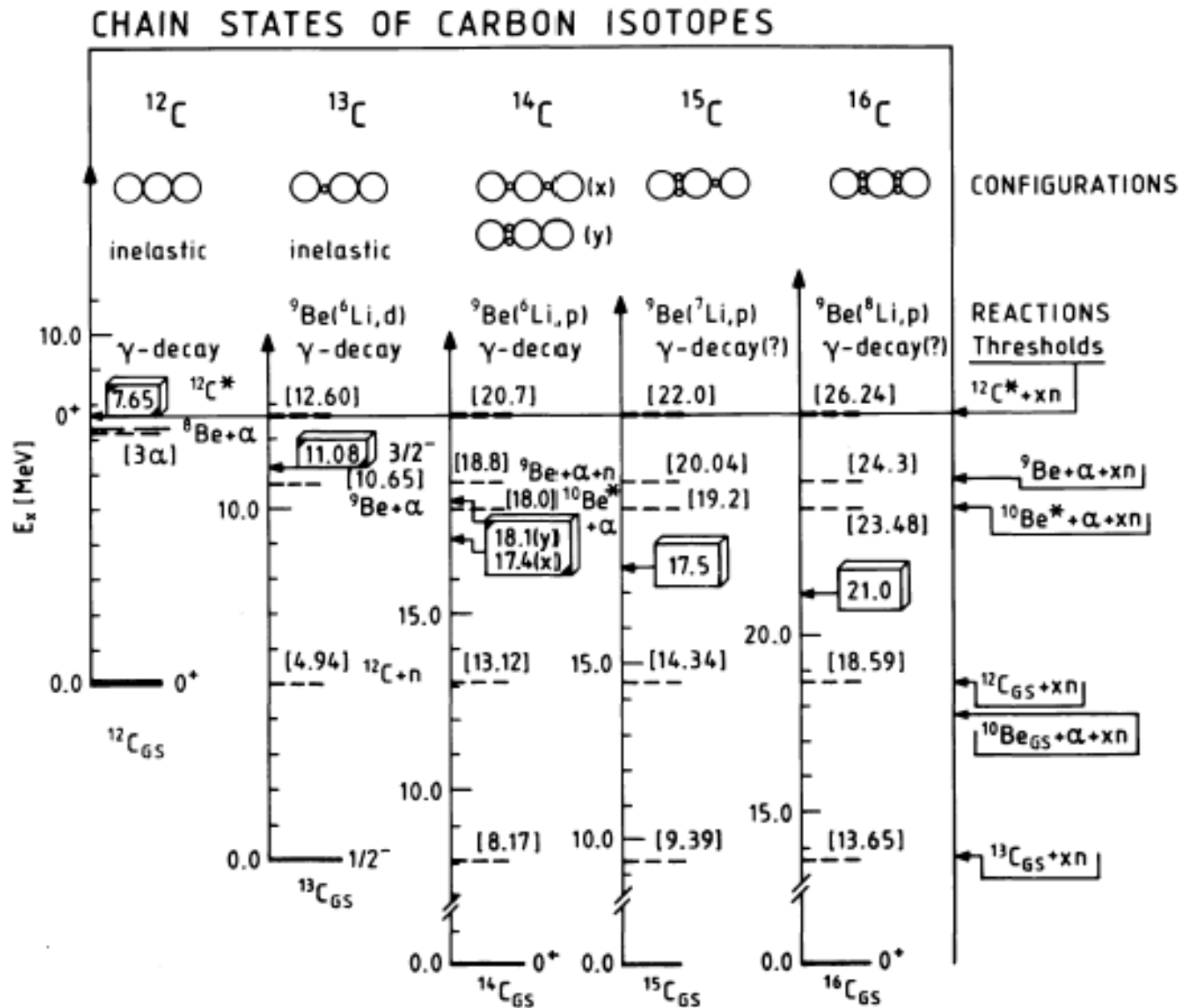


# Dimere in den B-Isotopen

## DIMERS BASED ON $(\alpha+\alpha)+1p+x$ NEUTRONS B-ISOTOPES

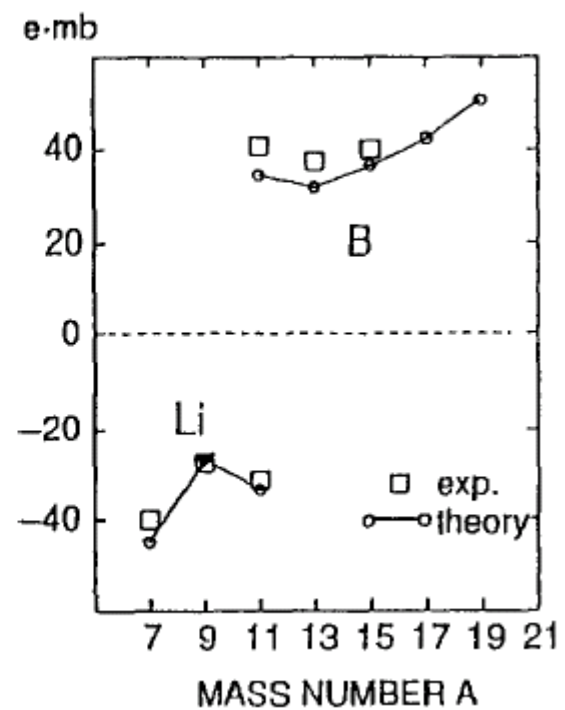
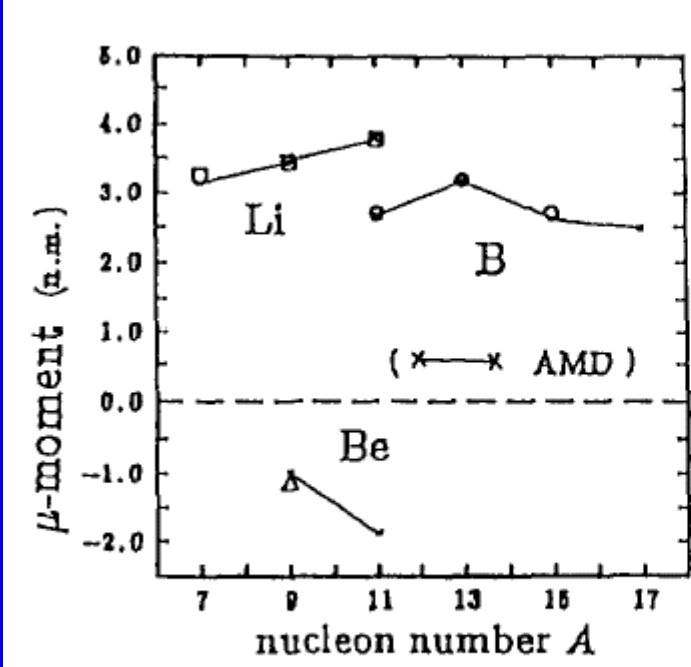
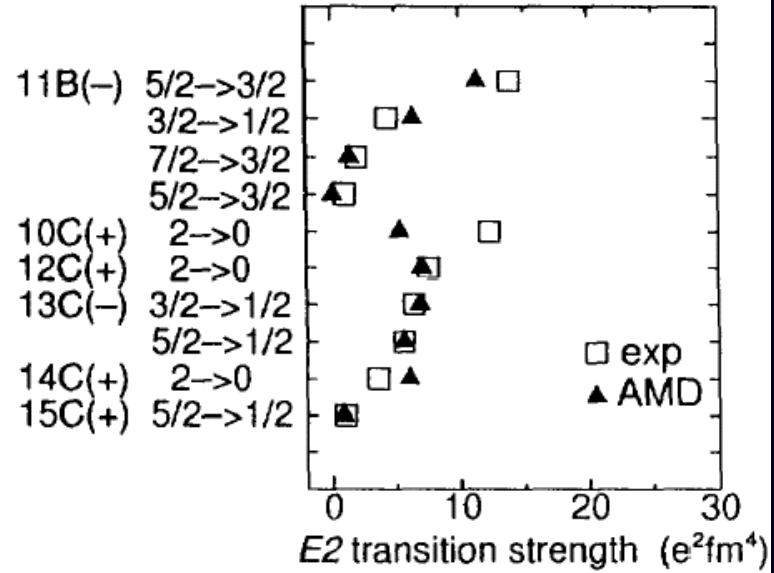


# Dimere in den C-Isotopen



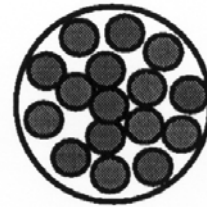
# AMD Rechnungen

Vergleich mit dem Experiment

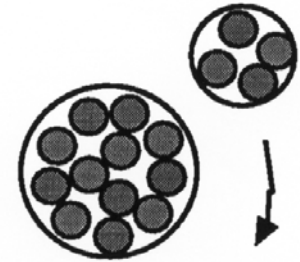


# $^{16}\text{O}$ und $^{20}\text{Ne}$ im Cluster-Bild

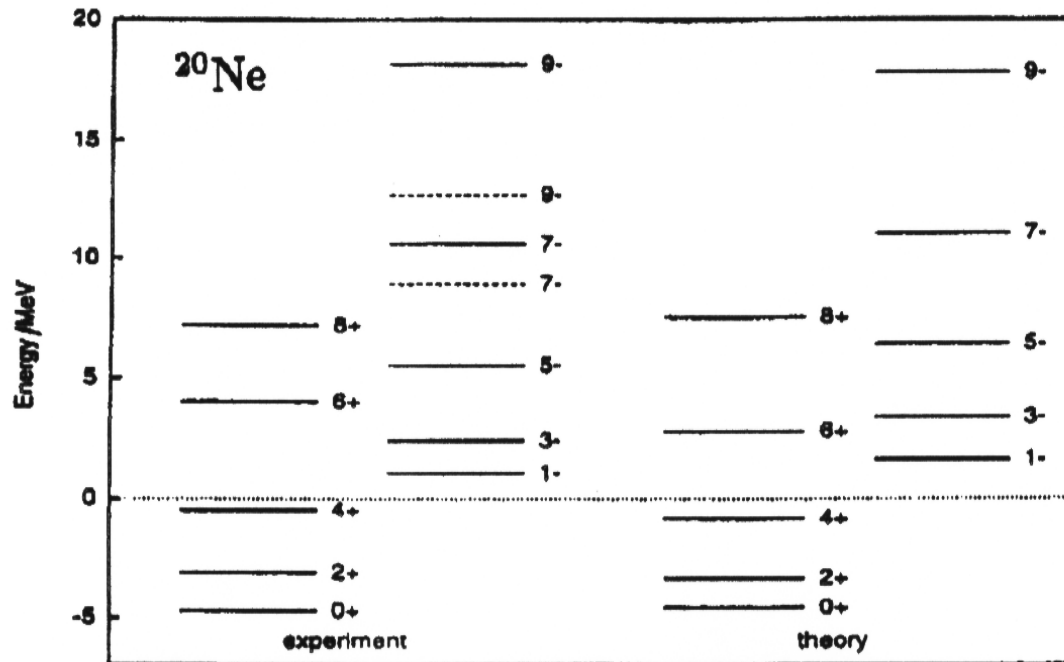
$^{16}\text{O}$



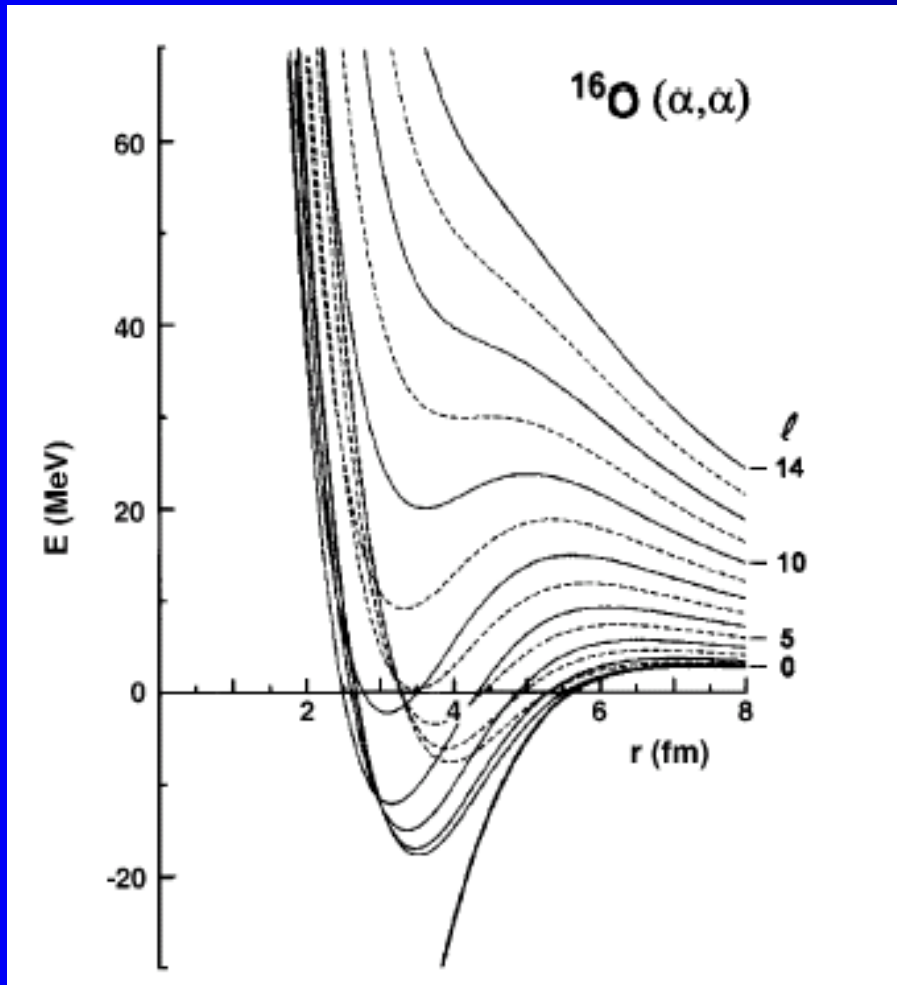
Conventional picture of Oxygen



Oxygen as a carbon core plus orbiting alpha particle. The energy depends on the radial (n) and orbital (l) quantum numbers for the relative motion



# Kovalente Bindung von $\alpha$ und $^{16}\text{O}$



$$\{ | \text{O} \circ \rangle + | \circ \text{O} \rangle \} \frac{1}{\sqrt{2(1+\Delta)}} = \Phi ( ^{20}\text{Ne} )$$

$$\{ | \text{O} \circ \circ \rangle + | \circ \circ \text{O} \rangle \} \frac{1}{\sqrt{2(1+\Delta_n)}} = \Phi ( ^{21}\text{Ne}^* )$$

$$\{ | \text{O} \circ \circ \circ \rangle + | \circ \circ \circ \text{O} \rangle \} \frac{1}{\sqrt{2(1+\Delta_{2n})}} = \Phi ( ^{22}\text{Ne}^* )$$

$$\{ | \circ \circ \text{O} \circ \rangle \} = \Phi ( ^{26}\text{Mg}^* )$$

"NUCLEAR WATER"

$$\{ | \circ \circ \circ \text{O} \rangle \} = \Phi ( ^{28}\text{Mg}^* )$$

Fig. 2. Structure of states in  $^{20-21}\text{Ne}$  and  $^{26-28}\text{Mg}$  based on the  $\alpha + ^{16}\text{O}$  cluster model with covalent valence neutrons. For intrinsically reflection asymmetric shapes, parity doublets with a possible splitting determined by the nonorthogonality  $\Delta$  will be observed.



# Cluster auf der Basis von $\alpha$ und $^{16}\text{O}$

