

Kernkräfte und Kernmodelle:

- Nukleon-Nukleon Streuung
 - Spinabhängigkeit der Kernkräfte
 - Spin-Bahn-Wechselwirkung
- Austauschmodell der Kern-Kern-Kräfte

Zusammenfassung

Eigenschaften des Deuterons:

- Tiefe des Nukleonenpotenzials

$V_0 \sim 50 \text{ MeV}$ für Kernradius $R_0 = 1,4 \text{ fm}$.

- Kernkräfte sind spinabhängig.

- Nicht-zentraler, Tensorterm im zwei Nukleonenpotential

Vorläufiges Kernpotential:

$$V = V_C(r) + V_S(\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2) + V_T(\vec{r}, \vec{s}) + \dots$$

central

spin

tensor

- Deuteron: - nur eine gebundener Zustand, keine angeregten Zustände.
- Nicht genügend Information um Parameter des Potentials zu bestimmen
- Kein Zugang zu $l \neq 0$ Zustand.

Rechteckpotential ungebundene Teilchen

Stetigkeitsbedingung für $r = R_0$

$$u_i(R_0) = u_a(R_0) \quad u_i'(R_0) = u_a'(R_0)$$

$$A \cdot \sin k_i R_0 = C \cdot \sin(k_a R_0 + \delta)$$

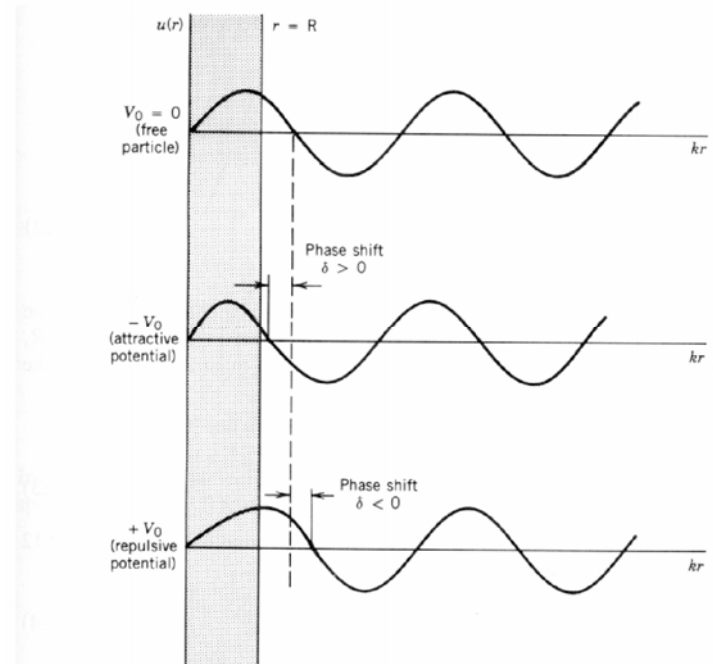
$$k_i A \cdot \cos k_i R_0 = k_a C \cdot \cos(k_a R_0 + \delta)$$

Division :

$$k_i \cdot \cot k_i R_0 = k_a \cdot \cot(k_a R_0 + \delta)$$

Auflösen nach Phasenverschiebung :

$$\delta = -k_a R_0 + \arctan \left\{ \frac{k_a}{k_i} \tan k_i R_0 \right\}$$



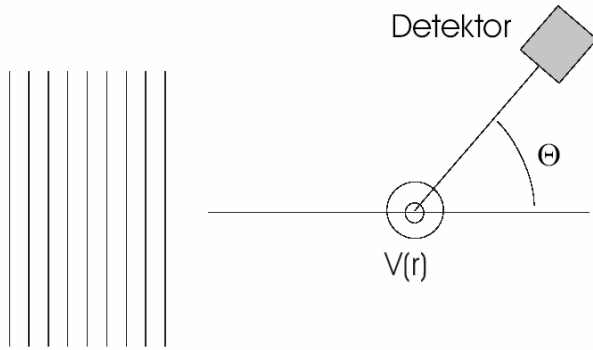
Phasenverschiebung δ

Ist eindeutig bestimmt durch

- Radius R_0
- Teilchenenergie E
- Potentialtiefe V_0

$$\text{Energien: } k_a = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} \quad k_i = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E + V_0)}$$

Verbindung zu Streutheorie



Einlaufende Welle

$$\Psi_{in}(\vec{r}) = Ae^{i\vec{k}\vec{r}} = Ae^{ikz}$$

In Kugelwellen für $l = 0$

$$\Psi_{in}(\vec{r}) = \frac{A}{2ik} \left[\frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r} \right]$$

Gesamtwellenfunktion nach Streuung

Unterschied ist eine Phasenänderung

β des auslaufenden Teilchens

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{A}{2ik} \left[\frac{e^{i(kr+\beta)}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r} \right]$$

Beziehung zwischen β und δ :

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r} = \frac{C}{r} \sin(kr + \delta)$$

$$= \frac{C}{r} \frac{e^{i(kr+\delta)} - e^{-i(kr-\delta)}}{2i}$$

$$= \frac{C}{2i} e^{-i\delta} \left[\frac{e^{i(kr+2\delta)}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r} \right]$$

d.h. $\beta = 2\delta$ und $A = kCe^{-i\delta}$

Wellenfunktion des gestreuten Teilchens :

$$\Psi_{str}(\vec{r}) = \Psi(\vec{r}) - \Psi_{in}(\vec{r})$$
$$= \frac{A}{2ik} (e^{2i\delta} - 1) \frac{e^{ikr}}{r}$$

**Ansatz mit einlaufender
und auslaufender Kugelwelle**

Verbindung zu Streutheorie

Stromdichte der gesteuerten Welle

$$j_{st} = \frac{\hbar}{2mi} \left\{ \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi^*}{\partial r} \psi \right\}$$

$$= \frac{\hbar |A|^2}{mkr^2} \sin^2 \delta$$

$$j_{in} = \frac{\text{Zahl der Teilchen}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}} = \frac{\hbar k}{m} |A|^2$$

Differentieller Wirkungsquerschnitt

$$d\sigma = \frac{j_{str} r^2 d\Omega}{j_{in}} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sin^2 \delta}{k^2}$$

Totaler Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi \sin^2 \delta}{k^2}$$

Einige Folgerungen:

- $d\sigma/d\Omega$ ist i.A. winkelabhängig.
- Für den Fall $l=0$ ist $d\sigma/d\Omega$ const.
- Die Phasenverschiebung für $l=0$ Streuung ist direkt mit dem WQ verknüpft.
- Mit dem Ergebnis des einfachen Rechteckmodells kann WQ bestimmt werden.

Nächster Schritt: Vergleich Experiment mit theoretischen Erwartungen.

Wirkungsquerschnitt für s-Wellen bei np-Streuung

Streuung am Rechteckpotential:

$$k_a \cdot \cot(k_a R + \delta) = k_i \cdot \cot k_i R$$

setze $-\alpha = k_i \cdot \cot k_i R$, Trigonometrie

$$\sin^2 \delta = \frac{\cos k_a R + \left(\frac{\alpha}{k_a}\right) \sin k_a R}{1 + \alpha^2/k_a^2}$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{k_a^2 + \alpha^2} \left(\cos k_a R + \left(\frac{\alpha}{k_a}\right) \sin k_a R \right)$$

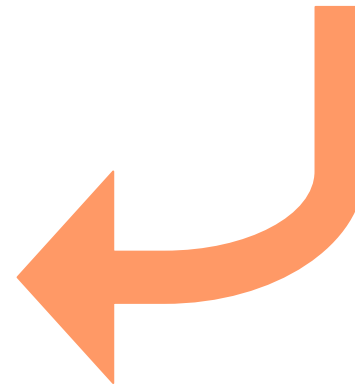
Kann berechnet werden und mit Experiment verglichen werden.

Differentieller Wirkungsquerschnitt

$$d\sigma = \frac{j_{str} r^2 d\Omega}{j_{in}} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sin^2 \delta}{k^2}$$

Totaler Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{4\pi \sin^2 \delta}{k^2}$$



Wirkungsquerschnitt für s-Wellen np-Streuung

betrachte kleine Neutronenenergien

$$E \leq 10 \text{ KeV} \quad \text{und} \quad V_0 = 35 \text{ MeV}$$

$$k_i = \sqrt{2m(V_0 + E)/\hbar^2} \cong 0.92 \text{ fm}^{-1}$$

$$k_a = \sqrt{2mE/\hbar^2} \leq 0.016 \text{ fm}^{-1}$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{k_a^2 + \alpha^2} (\cos k_a R + (\alpha/k_a) \sin k_a R)$$

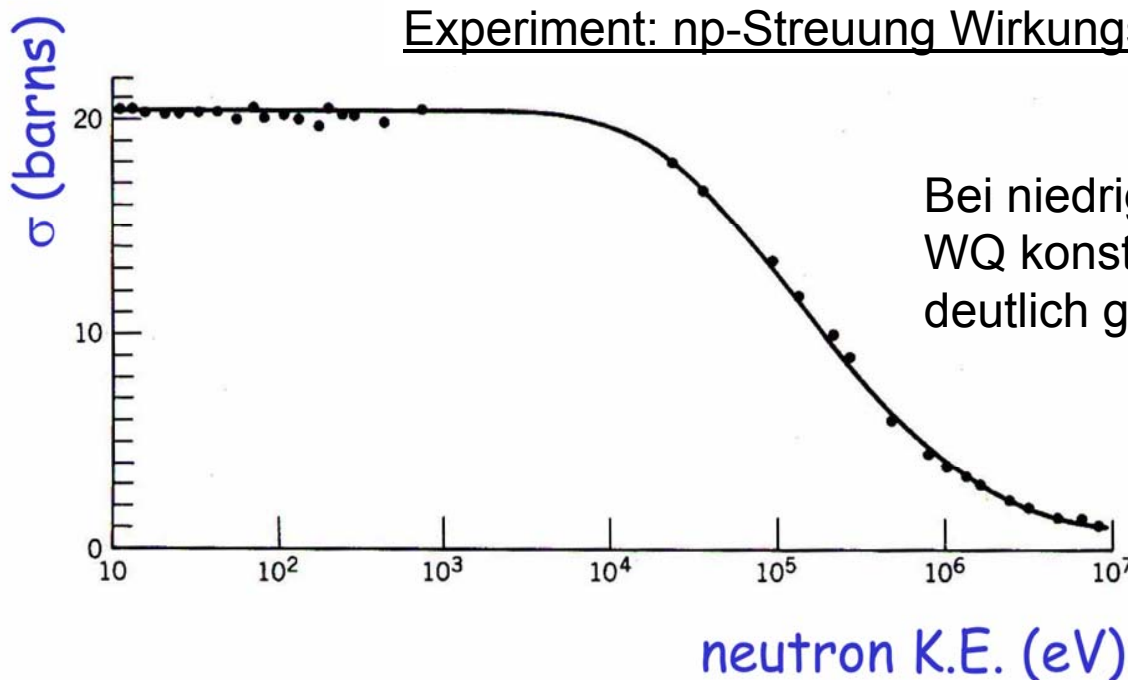
Entwicklung von \cos , \sin mit

$$R \approx 2 \text{ fm} \Rightarrow \alpha \approx 0.2 \text{ fm}^{-1}$$

$$k_a^2 \ll \alpha^2 \quad \text{und} \quad k_a R \ll 1$$

Abschätzung:

$$\sigma = \frac{4\pi}{\alpha^2} (1 + \alpha R) = 4.6 \text{ b}$$



Spinabhängigkeit der np-Streuung

Für die Erklärung der Diskrepanz muß die relative Spinorientierung der beiden Nukleonen berücksichtigt werden.

Der WQ wurde mit den Werten des Deuterons abgeschätzt, das mit seinem Gesamtspin von $S=1$ nur einen gebundenen Triplettzustand bildet.

Singulett:	$S=0$	1S_0	$\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow$	$\sigma_s=?$
Triplett (Deuteron):	$S=1$	3S_1	$\uparrow\uparrow, \downarrow\downarrow, \uparrow\downarrow+\downarrow\uparrow$	$\sigma_t=4.6 \text{ b}$

Bei der Streuung können jedoch beide Spinorientierungen auftreten. Die relativen Anteile zum GesamtWQ ergeben sich zu:

$$\sigma = 3/4\sigma_t + 1/4 \sigma_s$$

Diese bedeutet: aus dem berechneten WQ für $\sigma_t=4.6 \text{ b}$ und dem gemessenen WQ für $\sigma=20.4 \text{ b}$ ergibt sich ein WQ für die Streuung im Singulettzustand zu

$$\sigma_s=67.8 \text{ b.}$$

Eine enorme Differenz, die die Spinabhängigkeit der Kernkräfte demonstriert!

Impulsabhängigkeit der Kernkräfte

Nukleon-Nukleon-Potenzial hängt auch vom Impuls der Nukleonen ab.
Impulshängige Kraft muß durch einen Term für die **Spin-Bahn-Kopplung** im Potenzial ausgedrückt werden.

Einfachste impulsabhängige Potenzialkomponente, die sowohl invariant unter der Paritätstransformation als auch unter Zeitumkehr ist:

Spin-Bahn-Kopplung:

$$(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{S} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

Spin-Bahn-Wechselwirkung:

$$V(r, p) = V_{LS}(r) \frac{(\vec{s}_1 \cdot \vec{L})(\vec{s}_2 \cdot \vec{L})}{\hbar^4}$$

Impulsabhängigkeit über Drehimpuls : $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

Vergleiche: Elektronen in der Atomhülle spüren eine Spin-Bahn-Kopplung von der Wechselwirkung der Elektronenspins und dem internen Magnetfeld des Atoms.

Nukleonen erfahren eine Spin-Bahn-Kopplung von der Wechselwirkung der Nukleonenspins und den starken Kernkräften.

Vergleich mit der Spin-Bahn-Kopplung der Hüllenelektronen:

- 20 mal stärker bei Nukleonen
- entgegengesetztes Vorzeichen bei Nukleonen

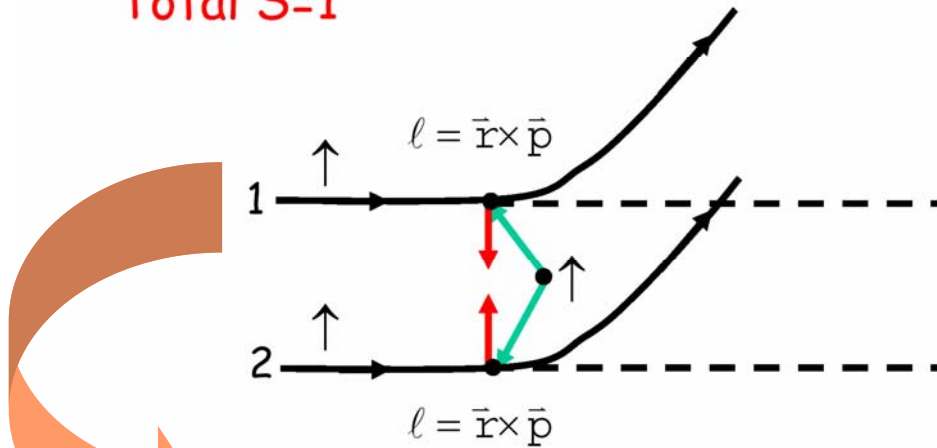
Impulsabhängigkeit, Spin-Bahn-Kopplung

Annahme $V \sim -V_{\text{so}}(r) \vec{L} \cdot \vec{S}$

3 Möglichkeiten

(i) Spin des Projektils \uparrow , Spin des Targets \uparrow
Total $S=1$

Spins zeigen alle aus Zeichenebene heraus!



Nukleon 1

$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ in die Zeichenebene hinein (rot), negatives Vorzeichen

\Rightarrow Wirkung des Potentials $V \approx -V_{\text{so}}(r)(\vec{l} \cdot \vec{s})$ repulsiv,

da \vec{l} und \vec{s} entgegengesetzt, positives Vorzeichen der Wechselwirkung

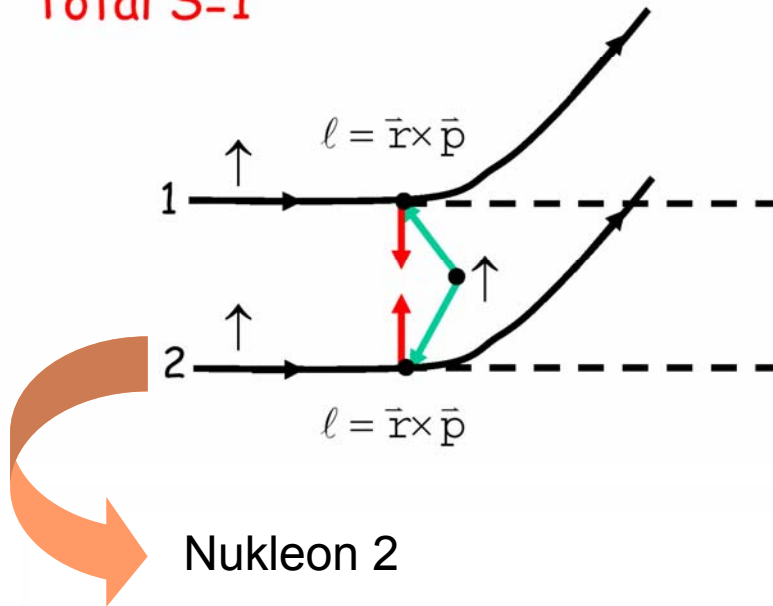
Impulsabhängigkeit, Spin-Bahn-Kopplung

Annahme $V \sim -V_{so}(r)\vec{L} \cdot \vec{S}$

3 Möglichkeiten

(i) Spin des Projektils \uparrow , Spin des Targets \uparrow
Total S=1

Spins zeigen alle aus Zeichenebene heraus!



Nukleon 2

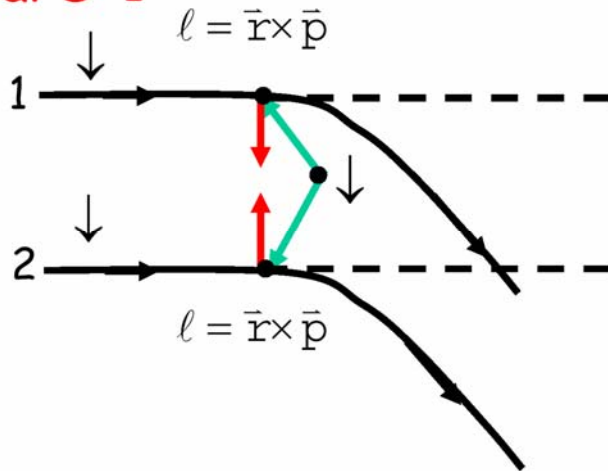
$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ aus der Zeichenebene heraus (rot),
 positives Vorzeichen

\Rightarrow Wirkung des Potentials $V \approx -V_{so}(r)(\vec{l} \cdot \vec{s})$
 attraktiv, da \vec{l} und \vec{s} gleich gerichtet,
 negatives Vorzeichen der Wechselwirkung

Alle einlaufenden Nukleonen mit Spin \uparrow die auf Spin Nukleonen im Target treffen, werden wegen der Spin-Bahn-Wechselwirkung in die gleiche Richtung abgelenkt.

Spin-Bahn-Kopplung

Total $S=1$



Spins zeigen alle in Zeichenebene hinein!

Nukleon 1

$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ in die Zeichenebene hinein (rot),
negatives Vorzeichen

\Rightarrow Wirkung des Potentials V ist attraktiv

Nukleon 2

$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ aus der Zeichenebene heraus (rot),
positives Vorzeichen

\Rightarrow Wirkung des Potentials V ist repulsiv

Alle Teilchen mit Spin \downarrow die auf Spin \downarrow (Target) treffen werden wegen Spin-Bahn-Kopplung in gleiche Richtung abgelenkt.

Total $S=0$

Spin-Bahn-Kopplung verursacht keine Ablenkung.

Die Spin-Bahn-Kopplung lenkt die Spin $-\uparrow$ - Komponente des einlaufenden Strahles nach **links** und die Spin $-\downarrow$ - Komponente des Strahles nach **rechts**.

Impulsabhängigkeit, Spin-Bahn-Kopplung

Experimentelle Evidenz für einen nuklearen Spin-Bahn Term:

Polarisation von gestreuten Nukleonen

Polarisation: magnetische Unterzustände sind nicht gleichförmig besetzt.

$$\text{Polarisation: } P = \frac{N(\uparrow) - N(\downarrow)}{N(\uparrow) + N(\downarrow)}$$

$P = \pm 1$ bedeutet 100% polarisiert

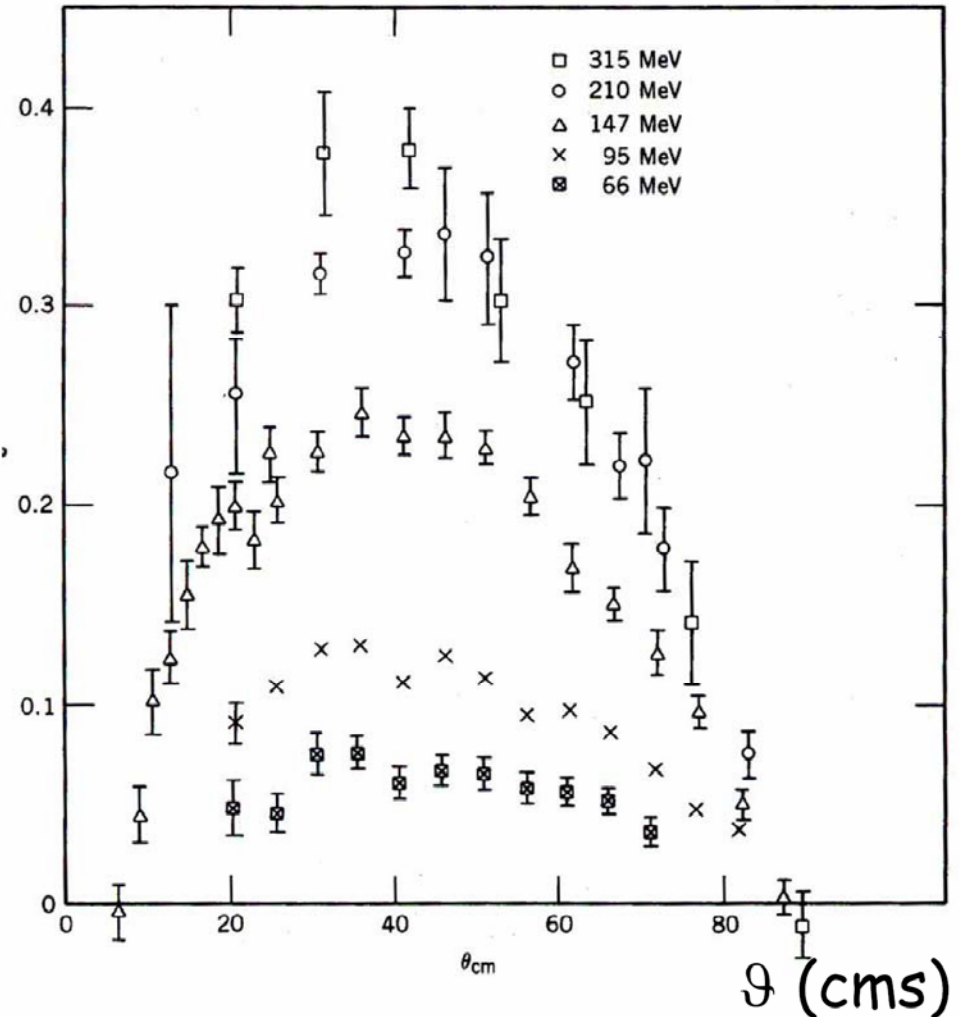
$P = 0$ unpolarisiert

Polarisation pp-Streuung

Proton-Proton Streuung

$$P = \frac{N(\uparrow) - N(\downarrow)}{N(\uparrow) + N(\downarrow)}$$

Polarisation wird erst bei höheren Energien gemessen.
Drehimpulsübertrag $l > 0$ ist nötig,
keine s-Wellen Streuung!
Polarisation wächst mit Strahlenergie.



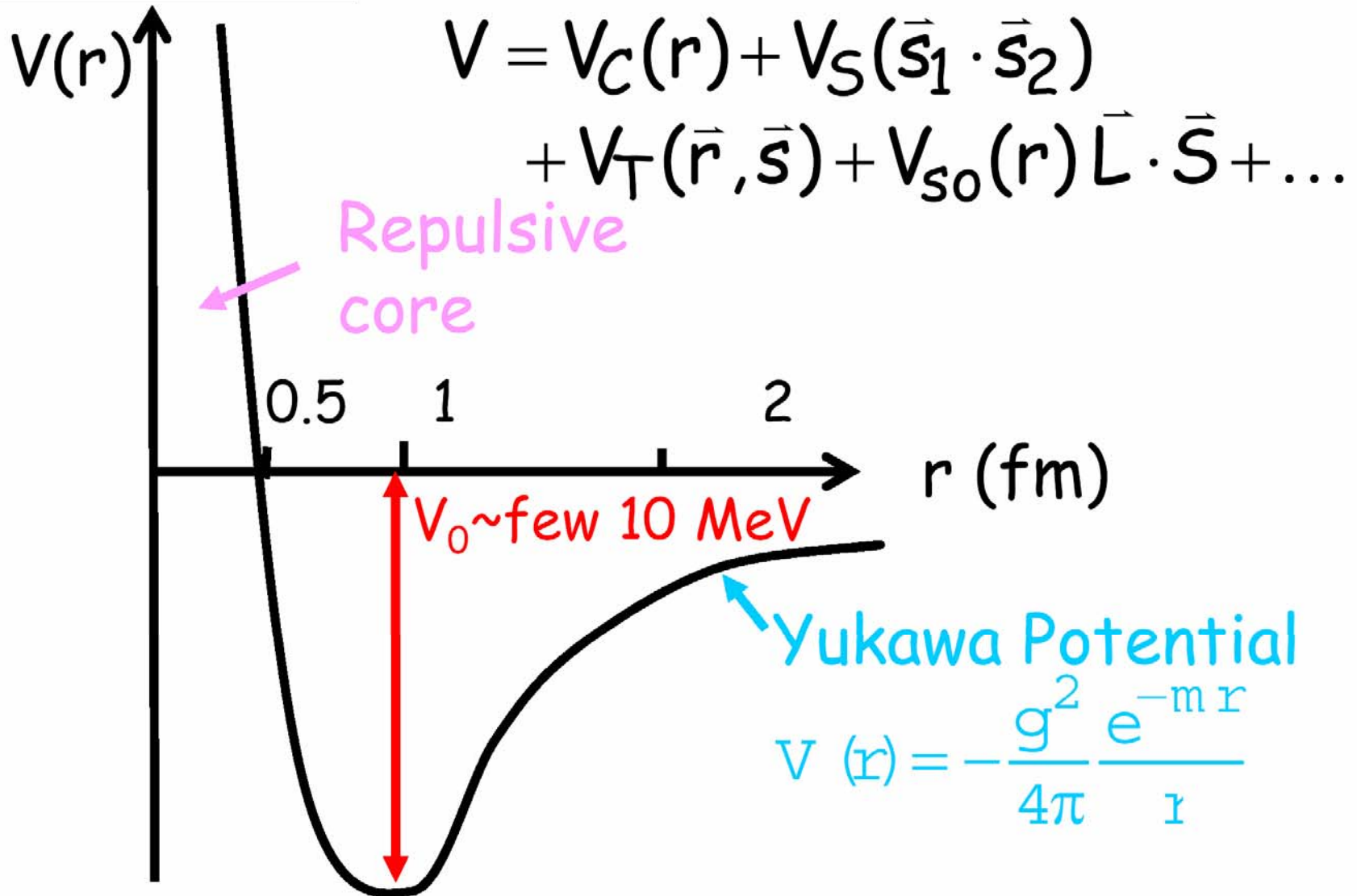
Zusammenfassung

Eigenschaften der Kernkräfte

- **stark** (Existenz gebundener Kerne, Nukleon Streuung)
- **kurze Reichweite** (Kerngröße \rightarrow Reichweite ~ 2 fm)
- **attraktiv** (Existenz der Kerne)
- **repulsiver core** (Nukleon-Nukleon-Streuung: $r < 0.5$ fm)
- **Sättigung** ($B/A \sim \text{constant}$)
- **Ladungsunabhängig** (Spiegelkerne, pp vs nn vs np Streuung)
- **Spinabhängig** (Deuteron $J=1$, np und nH_2 Streuung)
- **Spin-Bahn Wechselwirkung**
(Polarisation bei Nukleon-Streuung bei hohen Energien)
- **nicht-zentraler Tensorterm** (Deuteron Q)

Kernkräfte

Zusammenfassung: Nukleon-Nukleon Potential



Wechselwirkungen - Grundlagen

Wechselwirkung zwischen Bausteinen der Materie = **Fermionen**
durch Austausch von Feldquanten = **Bosonen**


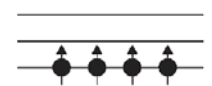
"Virtuelle" Teilchen übertragen in der Zeit Δt die Energie ΔE
und den Impuls Δp über den Abstand Δx :

Heisenberg Unschärferelation: $\Delta E \Delta t = \hbar$ und $\Delta p \Delta x = \hbar$

"Reale" Teilchen:

Invariante des Energie-Impuls-Vierervektors: $E^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2$

Erinnerung: Eigenschaften von Fermionen und Bosonen

	Fermionen	Bosonen
Spin s in \hbar	$1/2, 3/2, \dots$	$0, 1, \dots$
Symmetrie der Wellenfunktion	$\Psi(r_1, r_2) = -\Psi(r_2, r_1)$ antisymmetrisch	$\Psi(r_1, r_2) = +\Psi(r_2, r_1)$ symmetrisch
Statistik	Fermi-Statistik Pauli-Prinzip	Bose-Einstein-Statistik Bose-Kondensat
	 1 Teilchen/ Quantenzustand	 n Teilchen/ Quantenzustand

Wechselwirkungen - Grundlagen

Teilchen-Antiteilchen-Symmetrie für Fermionen

Energiewerte relativistischer Feldgleichungen (Dirac):

$$E = \pm \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2}$$

=====

$$E = +\sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2}$$

Teilchen

.....

$$E = 0$$

=====

$$E = -\sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2}$$

Antiteilchen

Feynman: Antiteilchen sind Teilchen, die sich in der Zeit rückwärts bewegen, bzw. Teilchen mit umgekehrter Ladung, die sich in der Zeit vorwärts bewegen.

Elektromagnetische Wechselwirkung

Die WW zwischen geladenen Teilchen und dem elektromagnetischen Feld wird klassisch mit den Maxwellgleichungen beschrieben.

Quantenelektrodynamik ist die Quantentheorie der Wechselwirkung von geladenen Fermionen (**Diractheorie**) mit dem quantisierten elektromagnetischen Feld (**Feynman, Schwinger, Tomonaga**).

Wechselwirkungen - Grundlagen

Die elementaren Fermionen der QED sind **Leptonen** und **Quarks**, die quantisierte Ladungen tragen: $\pm e$, $\pm 2/3e$, $\pm 1/3e$

Beispiele: e^- , e^+ ; μ^- , μ^+ ; τ^- , τ^+ ; $u(2/3e)$, $d(-1/3e)$

Die Parameter der Theorie ($m_e c^2$ und α) werden durch Renormalisierung endlich gemacht.

Die Feldquanten der QED sind die **Photonen**:

Ladung: 0, Masse: 0, Spin: $1 \hbar$ (Vektorfeld)

Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit c .

Polarisation:  (rechts)  (links) zirkular polarisiert

Reelle Photonen: $E = pc = \hbar\omega$

Virtuelle Photonen: $E < pc$ (raumartig) $E > pc$ (zeitartig)

Feynmann-Diagramme

Raumzeitdarstellung zur Beschreibung und Berechnung von Prozessen mit der Quantenfeldtheorie (z.B. QED).

Die Elemente sind **Wechselwirkungsvertices** und **Propagationen** von Austauschfeldern.

Wechselwirkungsvertices der QED:



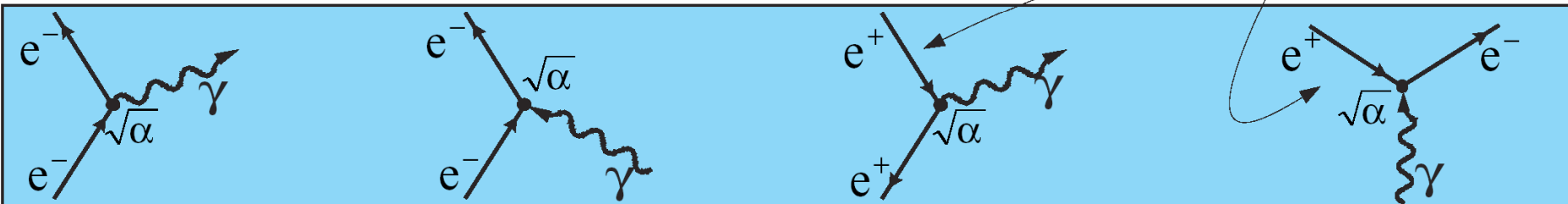
Die Amplitude der Kopplung ist proportional zu

$$\sqrt{\alpha} = e / \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$

Am Vertexpunkt sind folgende Größen erhalten:

- Energie
- Impuls
- Ladung

Zeitordnung einiger elementarer Vertices:



Bei Antiteilchen läuft der Pfeil entgegen der Zeitrichtung !

Photoemission
= Bremsstrahlung

Photoabsorption
= Photoeffekt

Photoemission
durch Positron

Photoerzeugung
von e^-e^+ -Paar