Grundlegende Eigenschaften der Atomkerne:

- β-Zerfall (Ende)
- Neutrinonachweis

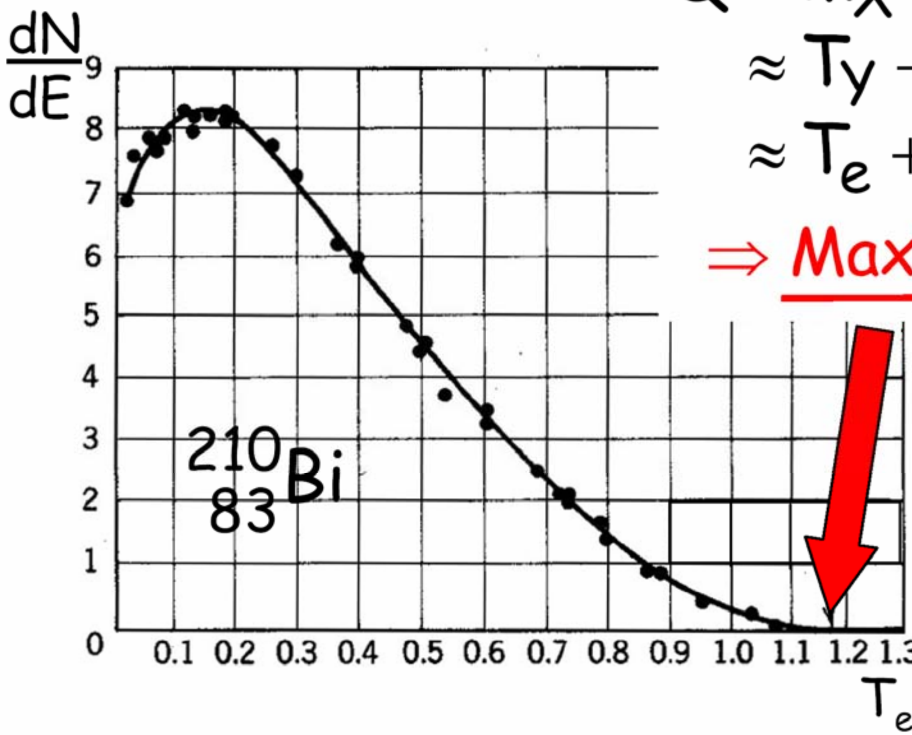
Motivation
Für die Beschreibung der Element-synthese in astrophysikalischen Umgebungen sind insbesondere gute Kenntnisse über die β-Zerfalls-Eigenschaften von instabilen Kernen fernab vom Tal der Stabilität nötig.

http://www.ikp.uni-koeln.de/groups/reiter/files/physik6/

β⁻Zerfallspektrums: Phasenraum

Der Phasenraumfaktor $E_e\sqrt{E_e^2 - m_e^2c^4}\,(E_0 - E_e)^2$

der sich aus Niveaudichte ergibt, bestimmt die Form des Energiespektrums im wesentlichen!



$$Q = m_X - m_Y - m_e - m_\nu$$
$$\approx T_Y + T_e + T_\nu$$
$$\approx T_e + T_\nu$$

$\Rightarrow$ **Maximum T_e = Q**

$m_e << m_Y$,

$T_Y = \frac{p^2}{2m}$ small

β^-Zerfallspektrums: Matrixelement

Schwache Energieabhängigkeit des Matrixelements $<f|V|i>$ wird vernachlässigt. Das Matrixelement ergibt sich durch Integration über die Orts- und Spin-Variablen für das Elektron, das Antineutrino und die Nukleonen im Kern.

$$\langle \mathrm{f} | \mathrm{V} | \mathrm{i} \rangle = \int \Psi_\mathrm{f}^* \cdot \mathrm{V} \cdot \Psi_\mathrm{i} \, d\tau$$

ψ_i und ψ_f sind die ungestörten Wellenfunktionen des Systems,
Produkt von Elektron-, Antineutrino- und Kernfunktion.

Reichweite der schwachen Wechselwirkung sehr klein. Fermi hat vorgeschlagen ihre Ortsabhängigkeit durch δ-Funktionen zu beschreiben. V ist daher proportional zu $\delta(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_N)$, wobei $\mathbf{r}_l$ die Ortskoordinate des Leptons (Elektron oder Antineutrino) und $\mathbf{r}_N$ die Ortskoordinaten der Nukleonen sind.

De Broglie Wellenlänge des Elektrones: $\lambda\!\!\!^{-}_e = \frac{1}{k} = 2 \cdot 10^{-13} m \;\; > \text{ Kernradius}$

β^-Zerfallspektrums: Matrixelement

In erster Näherung kann man Elektron- und Antineutrino-Wellenfunktionen als ebene Wellen ansetzen.

Entwicklung der Wellenfunktion

$$\Psi_e(x) = \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + i\vec{k}\cdot\vec{r} + \cdots\right)$$

Vernachlässigen sehr kleine Kernausdehnung, Integral hat nur die Werte der Elektron- und Antineutrinofunktionen am Nullpunkt. Dann tritt in Faktor | $|\psi_e(0)|^2$ $|\psi_\nu(0)|^2$ keine Energieabhängigkeit auf

$$\left|\langle f|V|i\rangle\right|^2 = \left|\Psi_e(0)\right|^2 \cdot \left|\Psi_{\bar{\nu}}(0)\right|^2 \left|M_{fi}\right|^2$$

M_{fi} ist das Kernmatrixelement der schwachen Wechselwirkung, das nicht von der Elektronenenergie abhängt und das die Lepton-Koordinaten nicht mehr enthält.

Mehr dazu im II. Teil über die schwache Wechselwirkung

$|\psi_e(0)|^2$ und $|\psi_\nu(0)|^2$ ist jeweils invers proportional zum Normierungsvolumen V .
Mit V^2 in der Niveaudichte ergibt ich eine Zerfallswahrscheinlichkeit, die nicht mehr vom Normierungsvolumen V abhängt.

β^-Zerfallspektrums: Coulombwechselwirkung

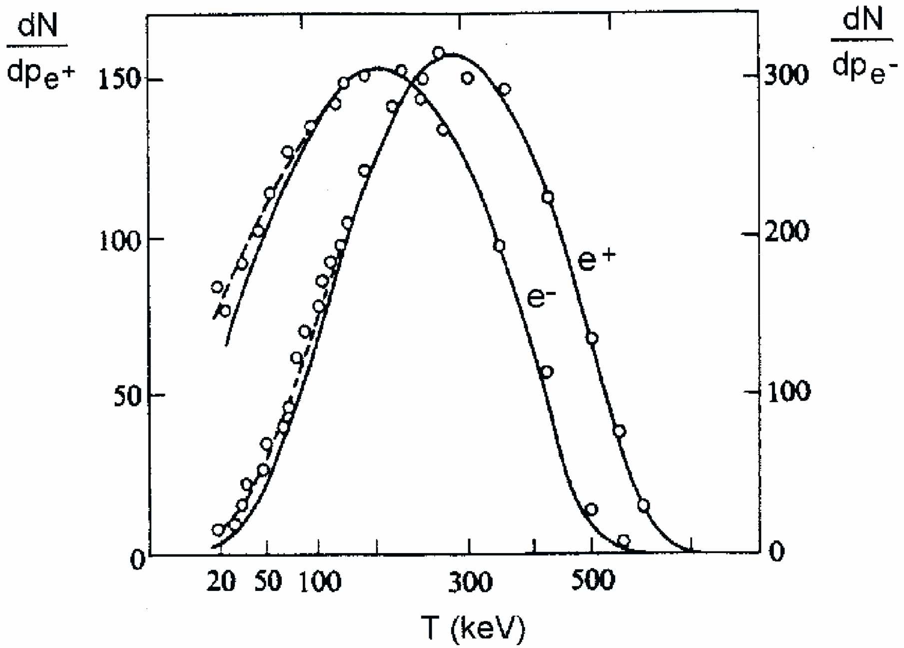
Tatsächlich fühlt das Elektron aber die Coulombwechselwirkung mit dem Kern und den Schalenelektronen d.h. das Elektron wird durch auslaufende Coulomb-Wellen-Funktionen beschrieben.
Diese sind von der Energie des Elektrons und von der Kernladungszahl abhängig.
Einfluß der Coulombwechselwirkung mit Protonen wird berücksichtigt:

$$F(Z, E_e) = \frac{\left|\Psi_e(0)_{Coul}\right|^2}{\left|\Psi_e(0)_{frei}\right|^2}$$

Die Funktion *F(Z,E)* ist tabelliert.

Schwächere Korrektur wegen Hüllenelektronen

Schematisch:
Vergleich Form des β^+ vs β^- Spektrum
Einfluß des Coulombfeldes ist deutlich sichtbar.
Endpunktenergie ändert sich nicht.



β^--Zerfallswahrscheinlichkeit

Für das Elektronenspektrum erhält man dann:

$$W_{fi}(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{1}{B}\left|M_{fi}\right|^2 \cdot F(Z,\varepsilon)\cdot\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2-1}(\varepsilon_0-\varepsilon)^2 d\varepsilon$$

wobei B nur Naturkonstanten enthält

und ε bzw. ε_0 in Einheiten der Elektronenmasse von $m_e c^2$ angegeben wird

$$\varepsilon = E_e / m_e c^2 \qquad \text{und} \qquad \varepsilon_0 = E_0 / m_e c^2$$

Zerfallswahrscheinlichkeit ergibt sich durch Integration über Elektronenergie

$$\lambda = \int_0^{E_0} dE_e W_{fi}(E_e) = \frac{1}{B}\left|M_{fi}\right|^2 \int_0^{\varepsilon_0} F(Z,\varepsilon)\cdot\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2-1}(\varepsilon_0-\varepsilon)^2 d\varepsilon$$

mit $f(Z,\varepsilon_0) = \int_0^{\varepsilon_0} F(Z,\varepsilon)\cdot\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2-1}(\varepsilon_0-\varepsilon)^2 d\varepsilon$

$$\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\left|M_{fi}\right|^2}{B}\cdot f(Z,\varepsilon_0) \qquad \text{oder} \qquad f(Z,\varepsilon_0)\, t_{1/2} = \frac{B\ln 2}{\left|M_{fi}\right|^2}}$$

β–Zerfall log *ft*-Werte

$$f(Z,\varepsilon_0)\, t_{1/2} = \frac{B \ln 2}{\left|M_{fi}\right|^2}$$

Die rechte Seite enthält nur noch die Information über die schwache Wechselwirkung und die Kernwellenfunktion.

Typischerweise sehr große Zahlen deshalb Logarithmus dieser Zahl, der log *ft*-Wert.

$$\log f\, t_{1/2} = \log(B \ln 2) - \log\left|M_{fi}\right|^2$$

Größe der log *ft*-Wert sind sehr unterschiedlich. Dies hängt vom ***Kernmatrixelement*** ab und den Auswahlregeln die den Zerfall bestimmen.

Man unterscheidet übererlaubte, erlaubte, einfach- und mehrfach verbotene Zerfälle an Hand der Auswahlregeln für Drehimpuls (*I*) und Parität (*π*)

Übergang	Auswahlregel ΔI	π	$\log ft$	Beispiel Isotop	$t_{1/2}$
übererlaubt	$0, \pm 1$	$+$	$3,5 \pm 0,2$	^{1}n	11.7 m
erlaubt	$0, \pm 1$	$+$	$5,7 \pm 0,1$	^{35}S	87 d
einfach verboten	$0, \pm 1$	$-$	$7,5 \pm 1,5$	^{198}Au	2,7 d
zweifach verb.	± 2	$+$	$12,1 \pm 1,0$	^{137}Cs	30 a
dreifach verb.	± 3	$-$	$18,2 \pm 0,6$	^{87}Rb	$6{\cdot}10^{10}$ a
vierfach verb.	± 4	$+$	$22,7$	^{115}In	$6{\cdot}10^{14}$ a

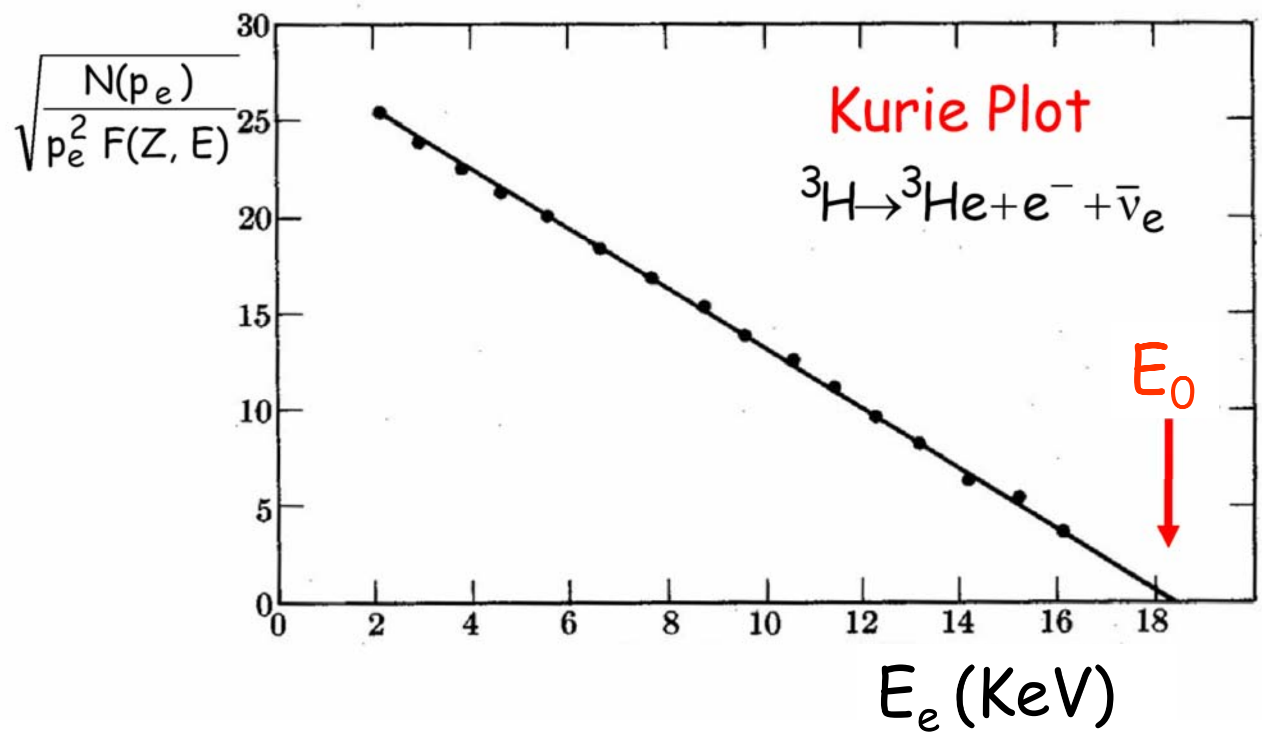
Kurie-Plot

Zählrate als Funktion des Elektronenimpulses:

$$N(p_e) \sim F(Z,\varepsilon) \cdot p_e^2 (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2$$

Kurie – Plot

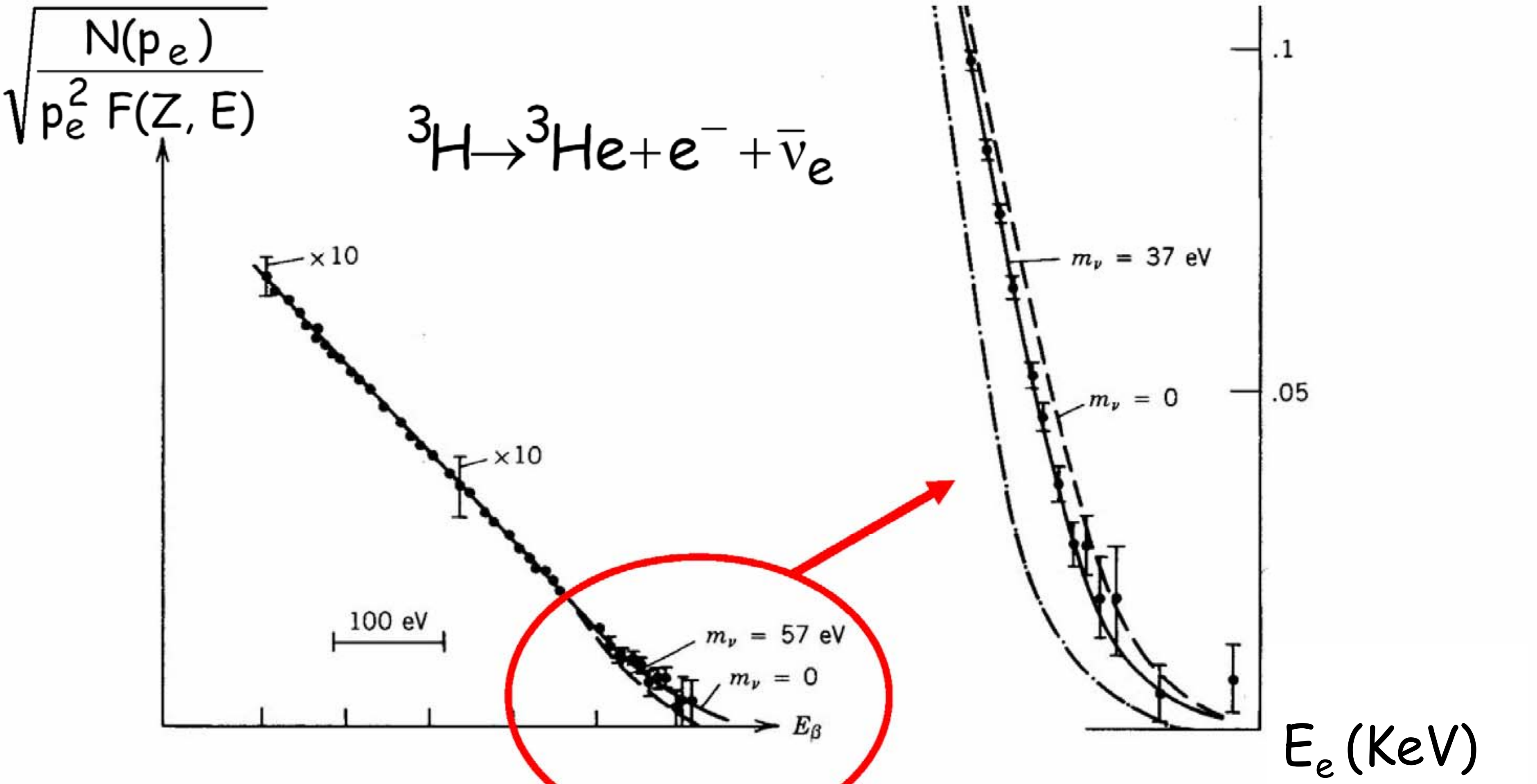
$$\sqrt{\frac{N(p_e)}{F(Z,\varepsilon) \cdot p_e^2}} = const. \times (\varepsilon_0 - \varepsilon)$$



Kurie-Plot und Neutrinomasse

$m_\nu < 3\ \mathrm{eV}/c^2$ (c.f. $m_e = 0.511\ \mathrm{MeV}/c^2$)

$$^3H \to {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e$$



Neutrinonachweis

- Nachweis von Neutrinos über den inversen β-Zerfall.

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow n + e^+$$

- Schwierigkeit: Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion ist sehr klein liegt bei $6{,}3 \cdot 10^{-44}$ cm2
- Grosser Neutrinofluss wird benötigt, Experiment wird in Nähe eines Kernreaktor durchgeführt.
- Experiment: Detektion des Positrons und des Neutrons aus dem inversen β-Zerfall
- Positron ist leicht zu detektieren, es vernichtet schnell mit einem Elektron zu zwei Gamma-Quanten mit jeweils 511 keV Energie, die diametral (180° korreliert) ausgestrahlt werden. Simultaner koinzidenter Nachweis der Gamma-Quanten mit gleicher Energie und Richtungskorrelation.
- Neutron muss zunächst in Wasser abgebremst, dann z.B. von Cadmium eingefangen werden.

$$n + Cd \rightarrow Cd^* \rightarrow Cd + \gamma$$

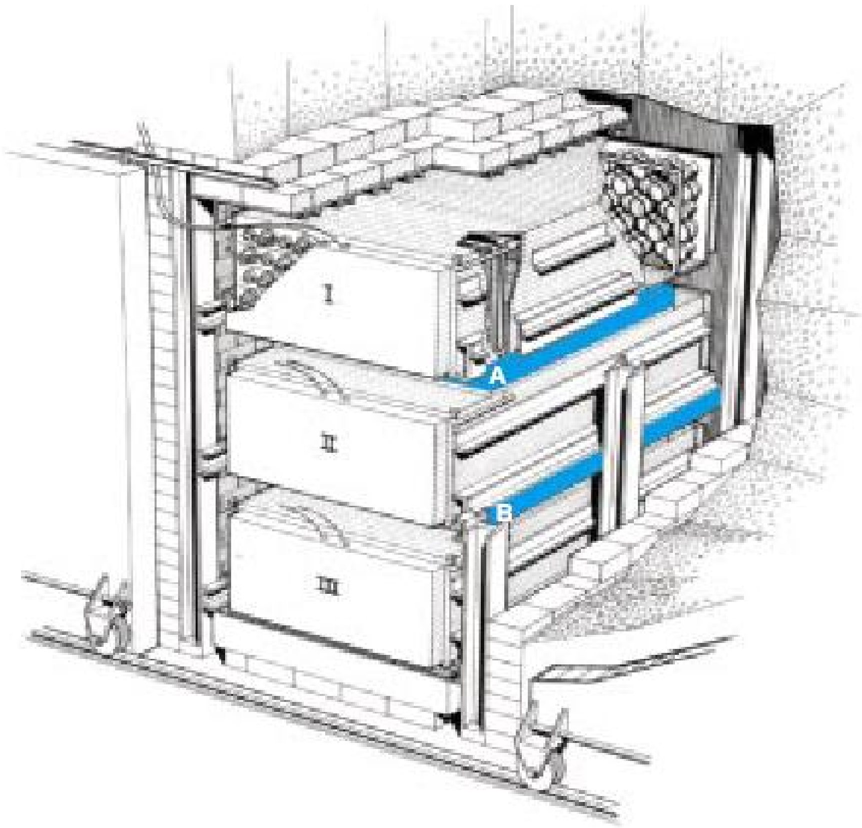
- Insgesamt werden hierbei ~9MeV frei und die von Cd emittierten Gammas sind zu den zwei 511 keV Quanten aus der Vernichtung um einige μs (~3-10) zeitversetzt verzögert.
- Damit war die erste Identifikation des Elektronantineutrinos möglich

Neutrinonachweis

- Ein Neutrino-Ereignis im blauen Tank A bewirkt zwei zeitlich getrennte (3-10μs) Signale in den Szintillatoren I und II. Die Energie der Gammas reicht nicht aus, um III zu erreichen.
- Kosmische Strahlung verursacht zufällige Ereignisse in allen drei Detektoren
- Identifizierung war zum ersten mal (1950) möglich und Paulis Postulat von 1930 experimentell bestätigt.

Frederik Reines

Clyde L Cowan



Reines erhielt 1995 den Nobelpreis.